PHƯƠNG PHÁP TÌM GTLN, GTNN TRONG HÌNH HỌC TỌA ĐỘ OXYZ

1. Lý thuyết chung

Để tìm cực trị trong không gian chúng ta thường sử dụng hai cách làm:

Cách 1: Sử dụng phương pháp hình học

Cách 2: Sử dụng phương pháp đại số.

Bài toán 1: Trong không gian $Oxyz,$ cho các điểm $A(x_A;\, y_A;\, z_A), B(x_B;\, y_B;\, z_B)$ và mặt phẳng $(P):\ ax+by+cz+d=0.$ Tìm điểm $M\in(P)$ sao cho

1. $MA+MB$ nhỏ nhất.

2. $|MA-MB|$ lớn nhất với $d(A,\,(P))\neq d(B,\,(P)).$

Phương pháp:

- Xét vị trí tương đối của các điểm $A,\ B$ so với mặt phẳng $(P).$
- Nếu $(ax_A+by_A+cz_A+d)(ax_B+by_B+cz_B+d)>0$ thì hai điểm $A,\ B$ cùng phía với mặt phẳng $(P).$
- Nếu $(ax_A+by_A+cz_A+d)(ax_B+by_B+cz_B+d)<0$ thì hai điểm $A,\ B$ nằm khác phía với mặt phẳng $(P).$

1. $MA+MB$ nhỏ nhất.

- Trường hợp 1: Hai điểm $A,\ B$ ở khác phía so với mặt phẳng $(P).$

Vì $A,\ B$ ở khác phía so với mặt phẳng (P) nên $MA+MB$ nhỏ nhất bằng AB khi và chỉ khi $M=(P)\cap AB.$

- Trường hợp 2: Hai điểm $A,\ B$ ở cùng phía so với mặt phẳng $(P).$

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(P),$ khi đó A' và B ở khác phía (P) và $MA=MA'$ nên $MA+MB=MA'+MB\geq A'B.$

Vậy $MA+MB$ nhỏ nhất bằng $A'B$ khi $M=A'B\cap(P).$

2. $|MA-MB|$ lớn nhất.

- Trường hợp 1: Hai điểm A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P).

Vì A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P) nên $|MA-MB|$ lớn nhất bằng AB khi và chỉ khi $M=(P)\cap AB.$

- Trường hợp 2: Hai điểm A, B ở khác phía so với mặt phẳng (P).

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P), khi đó A' và B ở cùng phía (P) và

$MA=MA'$ nên $|MA-MB|=|MA'-MB|\leq A'B.$

Vậy $|MA-MB|$ lớn nhất bằng $A'B$ khi $M=A'B\cap(P).$

Bài toán 2: Lập phương trình mặt phẳng (P) biết

1. (P) đi qua đường thẳng Δ và khoảng cách từ $A\notin\Delta$ đến (P) lớn nhất

2. (P) đi qua Δ và tạo với mặt phẳng (Q) một góc nhỏ nhất

3. (P) đi qua Δ và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất.

Phương pháp:

Cách 1: Dùng phương pháp đại số

1. Giả sử đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_1}{a}=\dfrac{y-y_1}{b}=\dfrac{z-z_1}{c}$ và $A(x_0;y_0;z_0)$

Khi đó phương trình (P) có dạng: $A(x-x_1)+B(y-y_1)+C(z-z_1)=0$

Trong đó $Aa+Bb+Cc=0\Rightarrow A=-\dfrac{bB+cC}{a}$ $(a\neq 0)$ **(1)**

Khi đó $d(A,(P))=\dfrac{|A(x_0-x_1)+B(y_0-y_1)+C(z_0-z_1)|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ **(2)**

Thay (1) vào (2) và đặt $t=\dfrac{B}{C}$, ta đươc $d(A,(P))=\sqrt{f(t)}$

Trong đó $f(t)=\dfrac{mt^2+nt+p}{m't^2+n't+p'}$, khảo sát hàm $f(t)$ ta tìm được $\max f(t)$. Từ đó suy ra được sự biểu diễn của A,B qua C rồi cho C giá trị bất kì ta tìm được A,B.

2. và **3**. làm tương tự

Cách 2: Dùng hình học

1. Gọi K,H lần lượt là hình chiếu của A lên Δ và (P), khi đó ta có:

$d(A,(P))=AH\leq AK$, mà AK không đổi. Do đó $d(A,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv K$

Hay (P) là mặt phẳng đi qua K, nhận $\overrightarrow{AK}$ làm VTPT.

2. Nếu $\Delta\perp(Q)\Rightarrow\left((P),(Q)\right)=90^0$ nên ta xét Δ và (Q) không vuông góc với nhau.

• Gọi B là một điểm nào đó thuộc Δ, dựng đường thẳng qua B và vuông góc với (Q). Lấy điểm C cố định trên đường thẳng đó. Hạ $CH\perp(P),\ CK\perp d$. Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) là BCH.

Ta có $\sin BCH=\dfrac{BH}{BC}\geq\dfrac{BK}{BC}$.

Mà $\dfrac{BK}{BC}$ không đổi, nên BCH nhỏ nhất khi $H\equiv K$.

• Mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (BCK). Suy ra

$\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_Q}\right]\right]$ là VTPT của (P).

3. Gọi M là một điểm nào đó thuộc Δ, dựng đường thẳng d' qua M và song song với d. Lấy điểm A cố định trên đường thẳng đó. Hạ $AH \perp (P)$, $AK \perp d$. Góc giữa mặt phẳng (P) và đường thẳng d' là AMH. Ta có $\cos AMH = \dfrac{HM}{AM} \ge \dfrac{KM}{AM}$.

Mà $\dfrac{KM}{AM}$ không đổi, nên AMH lớn nhất khi $H \equiv K$.

- Mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (d',Δ). Suy ra $\overrightarrow{n_P} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_{d'}}\right]\right]$ là VTPT của (P).

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(1;01;1), B(1;2;1), C(4;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Tìm trên (P) điểm M sao cho $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó M có tọa độ

A. $M(1;1;-1)$ **B.** $M(1;1;1)$ **C.** $M(1;2;-1)$ **D.** $M(1;0;-1)$

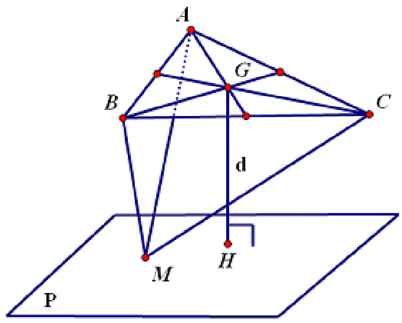
Hướng dẫn giải:

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, ta có $G(2;1;0)$, ta có

$MA^2+MB^2+MC^2 = 3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2 \ (1)$

Từ hệ thức (1) ta suy ra:

$MA^2+MB^2+MC^2$ đạt GTNN $\Leftrightarrow MG$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ M là hình chiếu vuông góc của G trên (P).



Gọi (d) là đường thẳng qua G và vuông góc với (P) thì (d) có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$$

Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=1 \\ y=0 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow M(1;0;-1)$

Chọn D.

2. Bài tập

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$; $B(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+12=0.$ Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất?

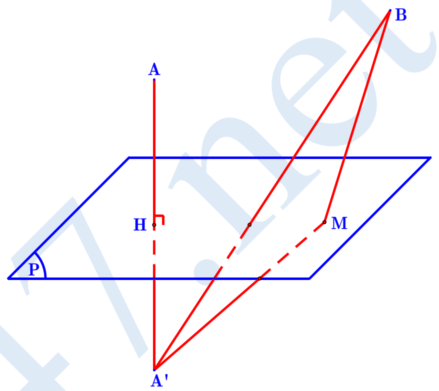
A. $M(2;2;9)$. **B.** $M\left(-\dfrac{6}{11};-\dfrac{18}{11};\dfrac{25}{11}\right)$.

C. $M\left(\frac{7}{6};\frac{7}{6};\frac{31}{4}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{2}{5};-\frac{11}{5};\frac{18}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Thay tọa độ $A(1;0;2)$; $B(0;-1;2)$ vào phương trình mặt phẳng (P), ta được $P(A)P(B)>0$ $\Rightarrow$ hai điểm A, B cùng phía với đối với mặt phẳng (P).



Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Ta có

$$MA+MB=MA'+MB\geq A'B.$$

Nên $\min(MA+MB)=A'B$ khi và chỉ khi M là giao điểm của $A'B$ với (P).

Phương trình $AA':\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2-2t\end{cases}$ (AA' đi qua $A(1;0;2)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$).

Gọi H là giao điểm của AA' trên (P), suy ra tọa độ của H là $H(0;-2;4)$, suy ra $A'(-1;-4;6)$, nên phương trình $A'B:\begin{cases}x=t\\y=-1+3t\\z=2-4t\end{cases}$.

Vì M là giao điểm của $A'B$ với (P) nên ta tính được tọa độ $M\left(-\frac{2}{5};-\frac{11}{5};\frac{18}{5}\right)$.

Câu 2: Cho hai điểm $A(-1,3,-2);B(-9,4,9)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z+1=0$. Điểm M thuộc (P). Tính GTNN của $AM+BM$.

A. $\sqrt{6}+\sqrt{204}$ **B.** $\frac{\sqrt{7274}+\sqrt{31434}}{6}$ **C.** $\frac{\sqrt{2004}+\sqrt{726}}{3}$ **D.** $3\sqrt{26}$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $(2.(-1)-3+(-2)+1)(2.(-9)-4+9+1)=72>0$ => A,B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P).

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P). Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(2,-1,1)$

Đường thẳng AA' đi qua $A(-1,3,-2)$ có vtcp $\vec{n}(2,-1,1)$ có pt: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=-2+t\end{cases}$

Gọi H là giao của AA' và (P) ta có:

$2(-1+2t)-(3-t)+(-2+t)+1=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow H(1,2,-1)$. Ta có H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(3,1,0)$.

Đường A'B đi qua A'(3, 1, 0) có vtcp $\overrightarrow{A'B}(-12,3,9)$ có pt: $\begin{cases} x=3-4t \\ y=1+t \\ z=3t \end{cases}$

Gọi N là giao điểm của A'B và mặt phẳng (P) ta có:

$2.(3-4t)-(1+t)+3t+1=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow N(-1,2,3)$.

Để $MA+MB$ nhỏ nhất thì $M \equiv N$ khi đó $MA+MB=A'B=$ $\sqrt{(-12)^2+3^2+9^2}=\sqrt{234}=3\sqrt{26}$

Chọn D.

Câu 3: **Trong không gian** với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(1;-3;0)$, $B(5;-1;-2)$. M là một điểm trên mặt phẳng (P). Giá trị lớn nhất của $T=|MA-MB|$ là:

A. $T=2\sqrt{5}$. **B.** $T=2\sqrt{6}$. **C.** $T=\dfrac{4\sqrt{6}}{2}$. **D.** $T=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: A, B nằm khác phía so với (P). Gọi B' là điểm đối xứng với B qua (P). Suy ra $B'(-1;-3;4)$.

$T=|MA-MB|=|MA-MB'|\le AB'=2\sqrt{5}$. Đẳng thức xảy ra khi M, A, B' thẳng hàng.

Chọn A.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+z+1=0$ và hai điểm $M(3;1;0), N(-9;4;9)$. Tìm điểm $I(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $|IM-IN|$ đạt giá trị lớn nhất. Biết a,b,c thỏa mãn điều kiện:

A. $a+b+c=21$ **B.** $a+b+c=14$ **C.** $a+b+c=5$ **D.** $a+b+c=19$.

Hướng dẫn giải:

Nhận thấy 2 điểm M, N nằm về hai phía của mặt phẳng (P).

Gọi R là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P), khi đó đường thẳng MR đi qua điểm M(3; 1; 0) và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình: $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Gọi

$H=MR\cap(P)\Rightarrow H(1;2;-1)\Rightarrow R(-1;3;-2)$.

Ta có $|IM - IN| = |IR - IN| \le RN$. Đẳng thức xảy ra khi I, N, R thẳng hàng. Do đó tọa độ điểm I là giao điểm của đường thẳng NR: $\begin{cases} x = -1-8t \\ y = 3+t \\ z = -2+11t \end{cases}$ (t là tham số) và mặt phẳng (P).

Dễ dàng tìm được I(7; 2; 13).

Chọn A.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;2), B(5;4;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 6 = 0$. Tọa độ điểm M nằm trên (P) saocho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất là:

A. $(-1;3;2)$ **B.** $(2;1;-11)$ **C.** $(-1;1;5)$ **D.** $(1;-1;7)$

Hướng dẫn giải:

+ Kiểm tra phương án A không thuộc (P).

+ Tính trực tiếp $MA^2 + MB^2$ trong 3 phương án B,C,D và so sánh.

Chọn C.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0, A(8;-7;4), B(-1;2;-2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;0;-1)$. **B.** $M(0;0;1)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(0;1;0)$

Hướng dẫn giải:

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = 0 \Rightarrow I(2;-1;0)$

Có $MA^2 + 2MB^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2$

Vì IA, IB không đổi nên $\left(MA^2 + 2MB^2\right)_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min} \Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P).

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-t; d \cap (P) = M(0;0;-1) \\ z = t \end{cases}$$

Chọn A.

Câu 7: Cho 2 điểm $A(0,0,-3), B(2,0,-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 8y + 7z - 1 = 0.$ Tìm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{283}{183}; \frac{-104}{183}; \frac{-214}{183}\right)$. **B.** $M\left(\frac{-283}{183}; \frac{104}{183}; \frac{-214}{183}\right)$.

C. $M\left(\frac{283}{183};\frac{-14}{183};\frac{-14}{183}\right)$. **D.** $M\left(\frac{283}{183};\frac{14}{183};\frac{14}{183}\right)$

Hướng dẫn giải:

Gọi I sao cho $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=0\Rightarrow I\left(\frac{4}{3};0;\frac{5}{3}\right)$

$$MA^2=\overrightarrow{MA}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=MI^2+IA^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}$$

$$MB^2=\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=MI^2+IB^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}$$

$$MA^2+2MB^2=3MI^2+IA^2+2IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)=3MI^2+IA^2+2IB^2$$

Suy ra $\left(MA^2+2MB^2\right)_{\min}$ khi MI bé nhất hay M là hình chiếu của I trên (P).

Tìm được tọa độ $M\left(\frac{283}{183};\frac{-104}{183};\frac{-214}{183}\right)$.

Chọn A.

Câu 8: **Trong không gian** với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ hai điểm $A(2;0;3)$ và $B(2;-2;-3)$. Biết điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ thuộc Δ thì MA^4+MB^4 nhỏ nhất.Tìm x_0

A. $x_0=0$ **B.** $x_0=1$ **C.** $x_0=2$ **D.** $x_0=3$

Hướng dẫn giải:

Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=2\\y=t_1\\z=3+3t_1\end{cases}\quad\left(t_1\in\mathbb{R}\right)$. Dễ thấy đường thẳng Δ và AB cắt nhau tại điểm $I(2;-1;0)$ suy ra AB và Δ đồng phẳng.

Lại có $\overrightarrow{IA}(0;1;3),\overrightarrow{IB}(0;-1;-3)$ => $\overrightarrow{IA}=-\overrightarrow{IB}\Rightarrow IA+IB=AB$.

Ta có: $MA^4+MB^4\geq\frac{1}{2}\left(MA^2+MB^2\right)^2\geq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\left(MA+MB\right)^2\right)^2\geq\frac{1}{8}AB^4=\frac{1}{8}\left(IA+IB\right)^4$.

Do đó MA^4+MB^4 nhỏ nhất khi M trùng với điểm $I(2;-1;0)$

Chọn C.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;3);B(0;1;1);C(1;0;-2)$.

Điểm $M\in(P):x+y+z+2=0$ sao cho giá trị của biểu thức $T=MA^2+2MB^2+3MC^2$ nhỏ nhất. Khi đó, điểm M cách $(Q):2x-y-2z+3=0$ một khoảng bằng

A. $\frac{121}{54}$. **B.** 24. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{101}{54}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có $T=6x^2+6y^2+6z^2-8x-8y+6z+31$

$$\Rightarrow T=6\left[\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2\left(z+\frac{1}{2}\right)^2\right]+\frac{145}{6}$$

$\Rightarrow T=6MI^2+\frac{145}{6}$ với $I\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow T$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$\Rightarrow M\left(-\frac{5}{18};-\frac{5}{18};-\frac{13}{9}\right)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ $(P):x-y+z+1=0$. Tìm điểm $N\in(P)$ sao cho $S=2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $N\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{4};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $N(3;5;1)$. **C.** $N(-2;0;1)$. **D.** $N\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};-2\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi I là trung điểm BC và J là trung điểm AI. Do đó $I\left(-1;\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ và $J\left(0;\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$.

Khi đó $S=2NA^2+2NI^2+\frac{1}{2}BC^2=4NJ^2+IJ^2+\frac{1}{2}BC^2$.

Do đó S nhỏ nhất khi NJ nhỏ nhất. Suy ra J là hình chiếu của N trên (P).

Phương trình đường thẳng $NJ:\begin{cases}x=t\\y=\frac{3}{4}-t\\z=\frac{5}{4}+t\end{cases}$.

Tọa độ điểm J là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y+z+1=0 \\ x=t \\ y=\dfrac{3}{4}-t \\ z=\dfrac{5}{4}+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{5}{4} \\ z=\dfrac{3}{4} \end{cases}$

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bi – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS.Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.*

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học** và **Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đôi HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website hoc miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm mễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.