



GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

I. Lý thuyết chung

1. Đối với phương trình chứa tham số

Xét phương trình $f(x,m) = g(m)$, (1)

B1: Lập luận số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị (C): $y = f(x,m)$ và đường thẳng $d: y = g(m)$.

B2: Lập bảng biến thiên cho hàm số $y = f(x,m)$

B3: Kết luận: * phương trình có nghiệm: $\min_{x \in D} f(x,m) \leq g(m) \leq \max_{x \in D} f(x,m)$.

* phương trình có k nghiệm: d cắt (C) tại k điểm.

* phương trình vô nghiệm khi: d không cắt (C).

2. Đối với bất phương trình chứa tham số

$$f(x) \leq g(m) \text{ với mọi } x \in D \Leftrightarrow g(m) \geq \max_{x \in D} f(x)$$

$$f(x) \leq g(m) \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } g(m) \geq \min_{x \in D} f(x)$$

$$f(x) \geq g(m) \text{ với mọi } x \in D \Leftrightarrow g(m) \leq \min_{x \in D} f(x)$$

$$f(x) \geq g(m) \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } g(m) \leq \max_{x \in D} f(x)$$

Ví dụ: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1 \text{ có 2 nghiệm thực phân biệt.}$$

A. $m \leq 9$.

B. $m \geq \frac{9}{2}$.

C. $-1 < m$.

D. $m \leq 7$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\sqrt{x^2 + mx + 2} = 2x + 1$ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} & (*) \\ 3x^2 + 4x - 1 = mx & (2) \end{cases}$

Nhận xét:

$x = 0$ không phải là nghiệm của (2). Do vậy, ta tiếp tục biến đổi: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \frac{3x^2 + 4x - 1}{x} = m & (3) \end{cases}$

Bài toán trở thành tìm m để (3) có 2 nghiệm thực phân biệt:



$$x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3x^2 + 4x - 1}{x}$ với $x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. Ta có:

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2} > 0, \forall x \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{0\}$$

BBT

X	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{9}{2}$ \nearrow $+\infty$		$-\infty$ \nearrow $+\infty$

Vậy với $m \geq \frac{9}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Chọn B.

II. Bài tập

Câu 1: Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi; 2017\pi]$?

- A. vô nghiệm. B. 2017. C. 2022. D. 2023.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2 - \cos^2 x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Xét hàm số $y = 2017^{\sin x} - \sin x - \sqrt{2 - \cos^2 x}$ trên $[0; 2\pi]$.

Ta có

$$y' = \cos x \cdot 2017^{\sin x} \cdot \ln 2017 - \cos x - \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{2\sqrt{2 - \cos^2 x}} = \cos x \cdot \left(2017^{\sin x} \cdot \ln 2017 - 1 - \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \sin^2 x}} \right)$$

Do vậy trên $[0; 2\pi]$, $y' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \vee x = \frac{3\pi}{2}$.

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2017 - 1 - \sqrt{2} > 0; \quad y\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2017} - 1 - \sqrt{2} < 0$$



Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$	$y\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	0	

Vậy trên $[0; 2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y(\pi) = 0$, nên trên $[0; 2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có ba nghiệm phân biệt là $0, \pi, 2\pi$.

Suy ra trên $[-5\pi; 2017\pi]$ phương trình có đúng $2017 - (-5) + 1 = 2023$ nghiệm.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. B. $-1 < m < 1$. C. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. D. $-1 < m < 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$pt \Leftrightarrow m = \frac{\tan x}{\sqrt{2 + \tan^2 x} - 1}$$

$$\text{Đặt } \tan x = t \Rightarrow m = \frac{t}{\sqrt{2 + t^2} - 1}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t}{\sqrt{2 + t^2} - 1} \Rightarrow f'(t) = \frac{2 - \sqrt{2 + t^2}}{\sqrt{2 + t^2} \cdot (\sqrt{2 + t^2} - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{Lập BBT với } \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 1, \lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = -1, f(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}, f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \Rightarrow m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$$

Câu 3: Giá trị của m để phương trình $x + \sqrt{2x^2 + 1} = m$ có nghiệm là:

- A. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m < \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $m > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Đặt $f(x) = x + \sqrt{2x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + 1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$

Bảng biến thiên

Vậy, $m \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1} = x+m$ có nghiệm thực?

A. $m \geq 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \geq 3$.

D. $m \leq 3$.

Chọn A.

Chọn B.

Đặt $t = \sqrt{x+1}, t \geq 0$. Phương trình thành: $2t = t^2 - 1 + m \Leftrightarrow m = -t^2 + 2t + 1$

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1, t \geq 0; f'(t) = -2t + 2$

Bảng biến thiên của $f(t)$:

t	0	1	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	1	2	$-\infty$

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m \leq 2$.

Câu 5: Phương trình $x^3 + x(x+1) = m(x^2 + 1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi:

A. $-6 \leq m \leq -\frac{3}{2}$.

B. $-1 \leq m \leq 3$.

C. $m \geq 3$.

D. $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.



Hướng dẫn giải:

Sử dụng máy tính bỏ túi.

$$x^3 + x(x+1) = m(x^2 + 1)^2 \Leftrightarrow mx^4 - x^3 + (2m-1)x^2 - x + m = 0$$

Chọn $m = 3$ phương trình trở thành $3x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 3 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án B, C.

Chọn $m = -6$ phương trình trở thành $-6x^4 - x^3 - 13x^2 - x - 6 = 0$ (không có nghiệm thực) nên loại đáp án A.

Kiểm tra với $m = 0$ phương trình trở thành $-x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên chọn đáp án D.

Tự luận

$$\text{Ta có } x^3 + x(x+1) = m(x^2 + 1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} \quad (1)$$

Xét hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$ xác định trên \mathbb{R} .

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^3 + x^2 + x)'(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(x^4 + 2x^2 + 1)'}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(3x^2 + 2x + 1)(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{-x^6 - 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x + 1}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0
y	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0

Phương trình (1) có nghiệm thực khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$



$$\Leftrightarrow \frac{-1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$$

Chọn D.

Câu 6: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right]$. **B.** $m \in [5; 6]$. **C.** $m \in \left(5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. **D.** $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.

Hướng dẫn giải:

$$+) \sqrt{2-x} + \sqrt{1-x} = \sqrt{m+x-x^2} \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện: } -1 \leq x \leq 2$$

$$+) (1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{-x^2+x+2} = -x^2+x+m$$

$$\text{Đặt: } -x^2+x=t; f(x) = -x^2+x; f'(x) = -2x+1$$

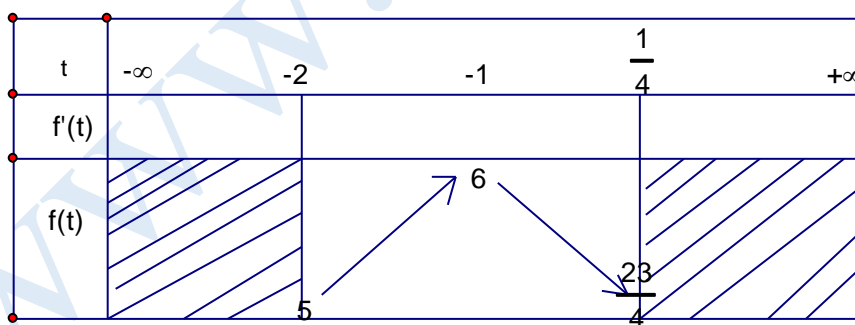
$$f(-1) = 2, f(2) = -2, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow t \in \left[-2; \frac{1}{4}\right]$$

$$(1) \Leftrightarrow 3 + 2\sqrt{t+2} = t+m \Leftrightarrow 2\sqrt{t+2} = t+m-3 \Leftrightarrow m = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$$

$$\text{Đặt } f(t) = 2\sqrt{t+2} + 3 - t$$

$$f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t+2}} - 1 = \frac{1-\sqrt{t+2}}{\sqrt{t+2}}. f'(t) = 0 \Rightarrow 1-\sqrt{t+2} = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Bảng biến thiên



$$+) -x^2+x=t \Leftrightarrow -x^2+x-t=0$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta = 1-4t > 0 \Leftrightarrow t < \frac{1}{4}$$

Do đó để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có nghiệm $t \in \left[-2; \frac{1}{4}\right)$



Từ bảng biến thiên $\Rightarrow m \in [5;6]$.

Chọn B.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $m\sqrt{x^2 - 2x + 2} + m + 2x - x^2 \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$.

- A. $m \leq \frac{2}{3}$. B. $m \leq -1$. C. $m \geq \frac{2}{3}$. D. $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1}, (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 - 2x + 2} \Rightarrow x^2 - 2x = t^2 - 2.$$

Ta xác định ĐK của t :

Xét hàm số $t = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$, ta đi tìm ĐK ràng buộc của t .

$$\text{Ta có: } t' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}, t' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ thì $1 \leq t \leq 2$.

$$\text{Khi đó: } (1) \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1} \text{ với } t \in [1; 2].$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2}{t + 1}$ với $t \in [1; 2]$. Ta có: $f'(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t + 2)^2} > 0, \forall t \in [1; 2]$. Vậy hàm số f tăng trên $[1; 2]$.

Do đó, yêu cầu của bài toán trở thành tìm m để (1) có nghiệm $t \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} f(t) = f(2) = \frac{2}{3}.$$

Vậy $m \leq \frac{2}{3}$ thì pt có nghiệm.

Chọn A.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = m + 4x - x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?

- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $-3 < m < \sqrt{5}$. C. $-\sqrt{5} < m < 3$. D. $-3 \leq m < 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Đặt $t = f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Ta có $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Xét $x > 0$ ta có bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0 +
$f(x)$	$\sqrt{5}$	1	$+\infty$

Khi đó phương trình đã cho trở thành $m = t^2 + t - 5 \Leftrightarrow t^2 + t - 5 - m = 0$ (1).

Nếu phương trình (1) có nghiệm t_1, t_2 thì $t_1 + t_2 = -1$. (1) có nhiều nhất 1 nghiệm $t \geq 1$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Đặt $g(t) = t^2 + t - 5$. Ta đi tìm m để phương trình $g(t) = m$ có đúng 1 nghiệm $t \in (1; \sqrt{5})$. Ta có $g'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \in (1; \sqrt{5})$.

Bảng biến thiên:

t	1	$\sqrt{5}$
$g'(t)$		+
$g(t)$	-3	$\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $-3 < m < \sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$m(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} + 2) = 2\sqrt{1-x^4} + \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} \text{ có nghiệm.}$$

- A. $m \leq \sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

ĐK: $x \in [-1; 1]$.

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$. Với $x \in [-1; 1]$, ta xác định ĐK của t như sau:

Xét hàm số $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$ với $x \in [-1; 1]$.

Ta có:



$$t' = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{x(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x^2})}{\sqrt{1-x^4}}, \text{ cho } t' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Ta có $t(-1) = \sqrt{2}, t(0) = 0, t(1) = \sqrt{2}$

Vậy với $x \in [-1; 1]$ thì $t \in [0; \sqrt{2}]$

Từ $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^4} = 2-t^2$.

Khi đó pt đã cho tương đương với: $m(t+2) = -t^2 + t + 2 \Leftrightarrow \frac{-t^2 + t + 2}{t+2}$

Bài toán trở thành tìm m để phương trình $\frac{-t^2 + t + 2}{t+2} = m$ có nghiệm $t \in [0; \sqrt{2}]$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t^2 + t + 2}{t+2}$ với $t \in [0; \sqrt{2}]$.

Ta có: $f'(t) = \frac{-t^2 - 4t}{(t+2)^2} < 0, \forall t \in [0; \sqrt{2}]$

Suy ra: $\max_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) = f(0) = 1, \min_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$.

Bây giờ yêu cầu bài toán xảy ra khi: $\min_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) \leq m \leq \max_{t \in [0; \sqrt{2}]} f(t) \Leftrightarrow \sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$

Vậy với $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \quad (1) \text{ có nghiệm.}$$

- A. $m \leq \sqrt{2} - 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. C. $-1 < m \leq \frac{1}{3}$. D. $m \leq -1$.

Hướng dẫn giải:

ĐK xác định của phương trình: $x \geq 1$.

Khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x^2-1}{(x+1)^2}} \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} \quad (2)$$

Đặt $t = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}, (t \geq 0)$. Vì $\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}} < 1$ nên $t < 1$.

Vậy với $x \geq 1$ thì $0 \leq t < 1$



Khi đó, $(2) \Leftrightarrow 3t^2 + m = 2t \Leftrightarrow -3t^2 + 2t = m, (3).$

Bây giờ bài toán trở thành tìm m để (3) có nghiệm $t \in [0;1).$

Xét hàm số $f(t) = -3t^2 + 2t$ trên khoảng $[0;1).$ Ta có:

$$f'(t) = -6t + 2, f'(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

BBT

t	0	$\frac{1}{3}$	1	
$f'(t)$		+	0	-
$f(t)$	0	$\frac{1}{3}$	-1	

Vậy với $-1 < m \leq \frac{1}{3}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn C.



Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bị – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn*.

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học** và **Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đội HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website học miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm miễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.