SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH TRƯỜNG THPT NGUYỄN HUỆ ————	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022-2023 MÔN TOÁN 12

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$ là

A. 24. **B.** 12. **C.** 96. **D.** 8.

Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3\sqrt{2}$ **B.** $12a^3\sqrt{2}$ **C.** $a^3\sqrt{2}$ **D.** $3a^3\sqrt{2}$

Câu 6: Thể tích V của khối trụ có chiều cao $h=4$ cm và bán kính đáy $r=3$ cm bằng

A. $48\pi\text{ cm}^3$ **B.** $12\pi\text{ cm}^3$ **C.** $7\pi\text{ cm}^3$ **D.** $36\pi\text{ cm}^3$

Câu 7: Cho biểu thức $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P=m^2+n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P\in\left(425;430\right)$ **B.** $P\in\left(430;435\right)$ **C.** $P\in\left(415;420\right)$ **D.** $P\in\left(420;425\right)$

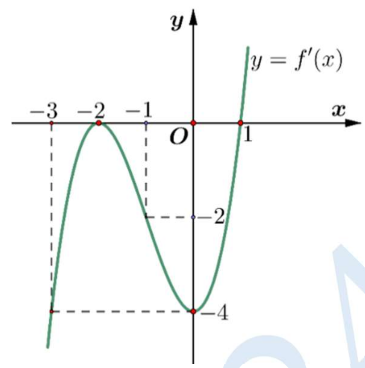
Câu 8: Gọi n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$ **B.** $A_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$ **C.** $A_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$ **D.** $A_n^2 = \dfrac{2!(n-2)!}{n!}$

Câu 9: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

A. $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rh$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

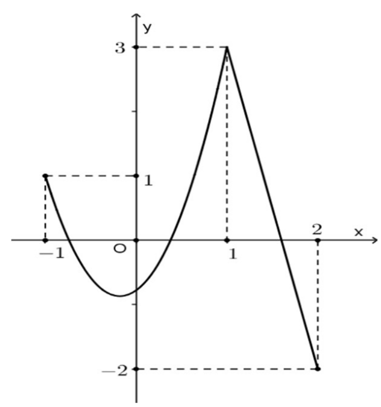
A. $m \in [-2;2]$. **B.** $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

C. $m \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;2)$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Giá trị của u_2 bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** -6.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M + 2m$ bằng:

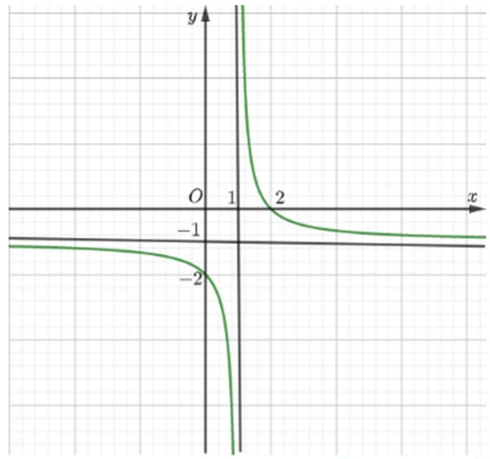


A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 14: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện nào sau dây?

A. $\{4;3\}$ **B.** $\{3;3\}$ **C.** $\{3;4\}$ **D.** $\{3;5\}$

Câu 15: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S=a+b+c$ bằng:



A. $S=0$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 16: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. -7. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 0 . **B.** 2 . **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó, thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ bằng:

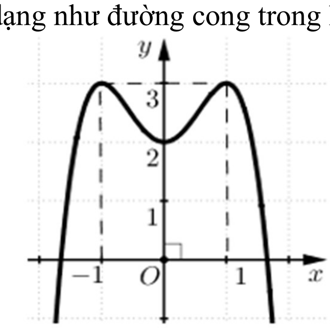
A. $\dfrac{3V}{4}$. **B.** V. **C.** $\dfrac{2V}{3}$. **D.** $\dfrac{V}{3}$.

Câu 19: Với các số $a,b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}(1+\log_3 a+\log_3 b)$. **B.** $1+\dfrac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

C. $\dfrac{1}{2}(3+\log_3 a+\log_3 b)$ **D.** $2+\dfrac{1}{2}(\log_3 a+\log_3 b)$.

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+2x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

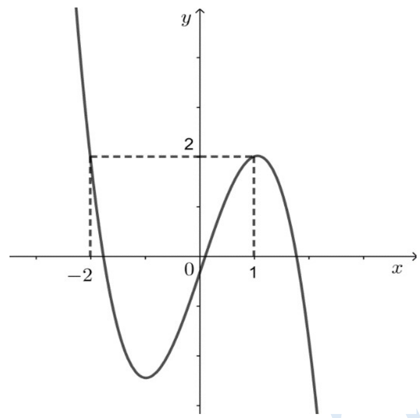
Câu 21: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x-1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T=2M-m$.

A. $T=16$. **B.** $T=26$. **C.** $T=20$. **D.** $T=36$

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|2f(x)-3|=1$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp tứ giác đều có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là tam giác có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y=x^4+2$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $V=x^2-2x$.

Câu 26: Cho $x,y>0$ và $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$. Tìm đẳng thức **sai** dưới đây.

A. $(xy)^\alpha=x^\alpha y^\alpha$. **B.** $x^\alpha+y^\alpha=(x+y)^\alpha$. **C.** $x^\alpha x^\beta=x^{\alpha+\beta}$. **D.** $(x^\alpha)^\beta=x^{\alpha\beta}$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu

A. $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

B. $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$.

C. $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$.

D. $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}>8$ là

A. $[6;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3, AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V=\dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V=\dfrac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ **không** có điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 7. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -13.

Câu 33: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A và B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O') và (O). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa AB và OO' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 34: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y\ (y>0)$. và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Câu 35: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O bán kính $4\sqrt{3}$ thành hai hình tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khi diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất, khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $h=4\sqrt{6}$. **B.** $h=8\sqrt{3}$. **C.** $h=4\sqrt{3}$. **D.** $h=8$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3-3x+2\right)+2f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5?

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

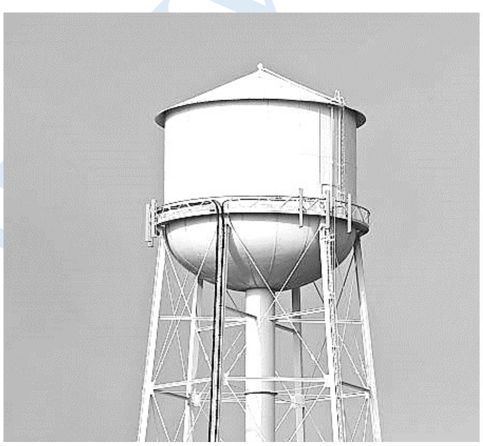
A. $4+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $6+\sqrt{2}$.

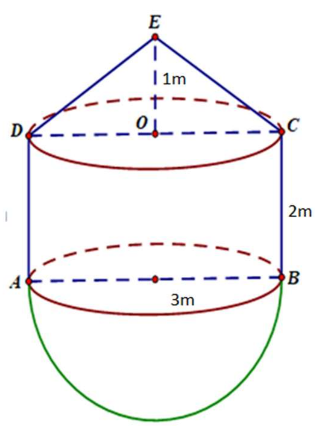
Câu 38: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ (C), với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

C. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 39: Cho có tháp nước như hình dưới đây, tháp được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng 3m, chiều cao hình trụ là 2m, chiều cao của hình nón là 1m.





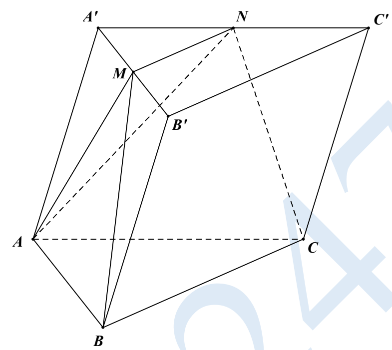
Thể tích của toàn bộ không gian bên trong tháp nước gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $V=\dfrac{15\pi}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{48}\left(m^3\right)$. **C.** $V=7\pi\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{33\pi}{4}\left(m^3\right)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 41: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$, (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là



A. $V=7a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa $\left(ACD'\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43: Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Gọi A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta: y=-3x+10$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

A. $OH=5$. **B.** $OH=2\sqrt{5}$. **C.** $OH=\sqrt{10}$. **D.** $OH=\sqrt{5}$.

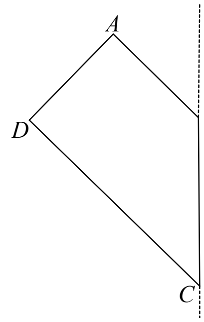
Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 4000$ và $5\left(25^y+2y\right)=x+\log_5(x+1)^5-4$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 45: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA'=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3\sqrt{3}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **C.** $V=2a^2\sqrt{2}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 46: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD=2AB=2AD=6$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quanh xung quanh đường thẳng BC.



A. $V=\frac{135\pi\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=36\pi\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{63\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=\frac{45\pi\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Câu 48: Cho phương trình $\left(4\log_2^2x+\log_2x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 47 **B.** 49 **C.** Vô số **D.** 48

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4a, BC=3\sqrt{2}a, \widehat{ABC}=45°; \widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90°$; Sin góc giữa hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SBC\right)$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{a\sqrt{183}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{183}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{5}}{12}$.

Câu 50: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\frac{190}{1001}$. **B.** $\frac{310}{1001}$. **C.** $\frac{6}{143}$. **D.** $\frac{12}{143}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.A**	**3.D**	**4.B**	**5.A**	**6.D**	**7.D**	**8.A**	**9.B**	**10.A**
11.D	**12.D**	**13.B**	**14.C**	**15.C**	**16.B**	**17.C**	**18.C**	**19.B**	**20.C**
21.D	**22.C**	**23.B**	**24.A**	**25.B**	**26.B**	**27.D**	**28.C**	**29.C**	**30.C**
31.A	**32.B**	**33.C**	**34.A**	**35.D**	**36.C**	**37.A**	**38.C**	**39.A**	**40.A**
41.C	**42.A**	**43.B**	**44.D**	**45.D**	**46.C**	**47.B**	**48.A**	**49.A**	**50.A**

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=0; x=4$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1; x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1; x=2$. **D.** $x=1; x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương $5^{-x^2+2x+3}=5^{x+1} \Leftrightarrow -x^2+x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1; x=2$.

Câu 3: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$ là

A. 24. **B.** 12. **C.** 96. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$V_{k.ch}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6.4=8.$

Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

1) Hàm số đã cho đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Số các mệnh đề **đúng** là

A. 4 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B

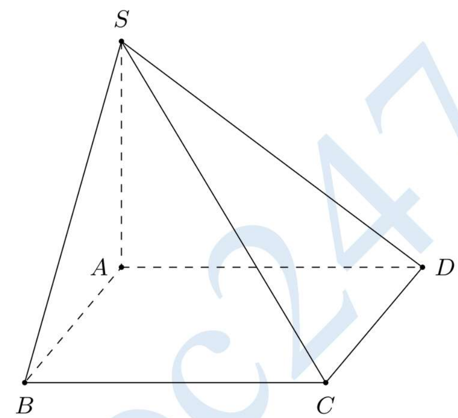
Ta có: $y=\dfrac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0;\forall x\ne 1$ nên hàm số đã cho không có điểm cực trị, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3\sqrt{2}$ **B.** $12a^3\sqrt{2}$ **C.** $a^3\sqrt{2}$ **D.** $3a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S=(2a)^2=4a^2$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SA.S=\dfrac{1}{3}.3a\sqrt{2}.4a^2=4a^3\sqrt{2}$.

Câu 6: Thể tích V của khối trụ có chiều cao $h=4$ cm và bán kính đáy $r=3$ cm bằng

A. 48π cm^3 **B.** 12π cm^3 **C.** 7π cm^3 **D.** 36π cm^3

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=\pi.3^2.4=36\pi$ cm^3.

Câu 7: Cho biểu thức $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P=m^2+n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P\in(425;430)$ **B.** $P\in(430;435)$ **C.** $P\in(415;420)$ **D.** $P\in(420;425)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{8}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[5]{2^3}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2.2^{\frac{3}{5}}}}=\sqrt[3]{4\sqrt{2^{\frac{8}{5}}}}=\sqrt[3]{4.2^{\frac{4}{5}}}=\sqrt[3]{2^2.2^{\frac{4}{5}}}=\sqrt[3]{2^{\frac{14}{5}}}=2^{\frac{14}{15}}$

Từ đó suy ra $m=14$, $n=15$

Vậy $P=14^2+15^2=421\in(420;425)$.

Câu 8: Gọi n là số nguyên dương bất kì, $n\ge 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$ **B.** $A_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$ **C.** $A_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$ **D.** $A_n^2 = \dfrac{2!(n-2)!}{n!}$

Lời giải

Chọn A

Công thức đúng là $A_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Câu 9: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

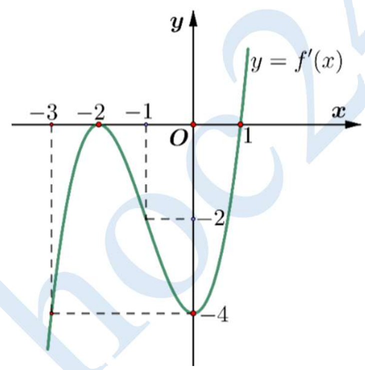
A. $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rh$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có bán kính đáy r, đường sinh l nên diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x) < 0, \forall x < 1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \in [-2;2]$. **B.** $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

C. $m \in (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ hay $m \in (-2;2)$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Giá trị của u_2 bằng

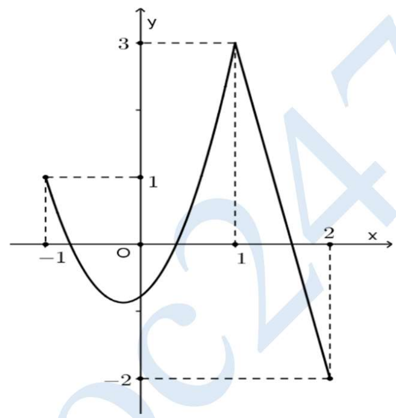
A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Số hạng thứ hai $u_2 = u_1.q = 2.(-3) = -6$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$. Ta có $M + 2m$ bằng:



A. 1. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} M = 3 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow M + 2m = -1$.

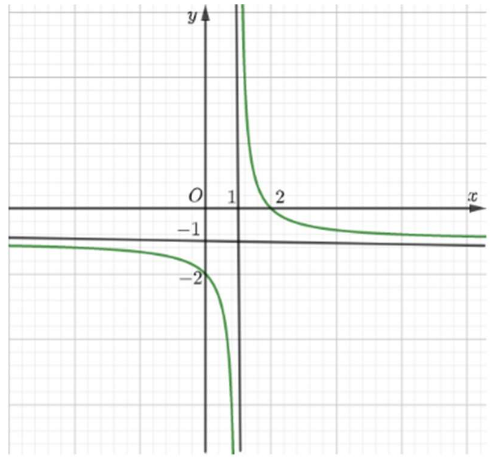
Câu 14: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

A. $\{4;3\}$ **B.** $\{3;3\}$ **C.** $\{3;4\}$ **D.** $\{3;5\}$

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a+b+c$ bằng:



A. $S=0$.   B. $S=-2$.   C. $S=2$.   D. $S=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Tiệm cận ngang: $y=\frac{a}{c}=-1$

Tiệm cận đứng: $x=\frac{1}{c}=1$

Từ đây suy ra: $\begin{cases} a=-1 \\ c=1 \end{cases}$.

Lại có đồ thị cắt trục hoành tại $x=2$ nên $2a+b=0$ hay $b=-2a=2$.

Vậy $S=a+b+c=-1+2+1=2$.

Câu 16: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. -7.   B. 9.   C. 1.   D. 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Khi đó: $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x_1=1+2\sqrt{2} \\ \log_3 x_2=1-2\sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=3^{1+2\sqrt{2}} \\ x_2=3^{1-2\sqrt{2}} \end{array}\right. \Rightarrow x_1.x_2=3^2=9.$

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 0.   B. 2.   C. 1.   D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-1;0)\cup(0;1)$

$\Rightarrow$ Hàm số không có tiệm cận ngang

$\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng

Câu 18: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó, thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** V. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}d_{(A/(A'B'C'))}.S_{A'B'C'} = \frac{V}{3}$$

Câu 19: Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(1+\log_3 a + \log_3 b)$. **B.** $1+\frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$.

C. $\frac{1}{2}(3+\log_3 a + \log_3 b)$ **D.** $2+\frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$a^2 + b^2 = 7ab$

$\Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 9ab$

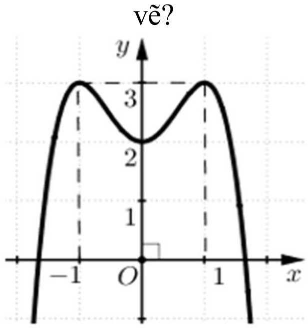
$\Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$

$\Leftrightarrow \log_3(a+b)^2 = \log_3 9ab$

$\Leftrightarrow 2.\log_3(a+b) = 2 + \log_3 a + \log_3 b$

$\Leftrightarrow \log_3(a+b) = 1 + \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 + 2x^2 + 2$.

B. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm trùng phương có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Câu 21: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị $T = 2M - m$.

A. $T = 16$. **B.** $T = 26$. **C.** $T = 20$. **D.** $T = 36$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ liên tục và xác định trên $[1;5]$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [1;5] \\ x = 3 \in [1;5] \end{array}\right.$

Ta có $y(1) = -12, y(3) = -28, y(5) = 4$.

Vậy $M = 4, m = -28, 2M - m = 36$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

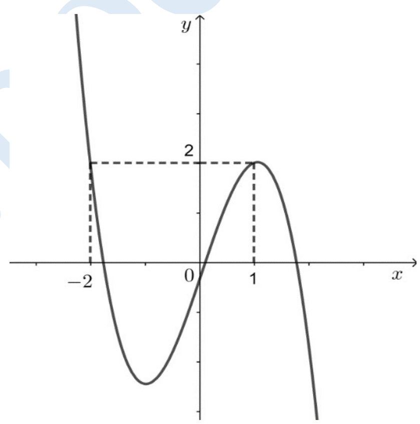
Lời giải

Chọn C

Vì số mũ nguyên âm nên hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|2f(x) - 3| = 1$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|2f(x) - 3| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f(x) - 3 = 1 \\ 2f(x) - 3 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 2 \\ f(x) = 1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm phân biệt. Các nghiệm khác nhau nên phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 24: Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình chóp có đáy là hình thoi có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp tứ giác đều có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là tam giác có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn A

Hình thoi không nội tiếp được đường tròn, do đó hình chóp có đáy là hình thoi không có mặt cầu ngoại tiếp.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 25: Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

A. $y = x^4 + 2$. **B.** $y = 3x - 4$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $V = x^2 - 2x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = 3x - 4$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số này không có cực trị.

Câu 26: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức **sai** dưới đây.

A. $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$. **B.** $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$. **C.** $x^\alpha x^\beta = x^{\alpha+\beta}$. **D.** $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

A. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Lời giải

Chọn D

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3} > 8$ là

A. $[6; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(6; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x-3} > 8 \Leftrightarrow 2^{x-3} > 2^3 \Leftrightarrow x - 3 > 3 \Leftrightarrow x > 6.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (6; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
	$-\infty$	↗		↘	0	↗	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

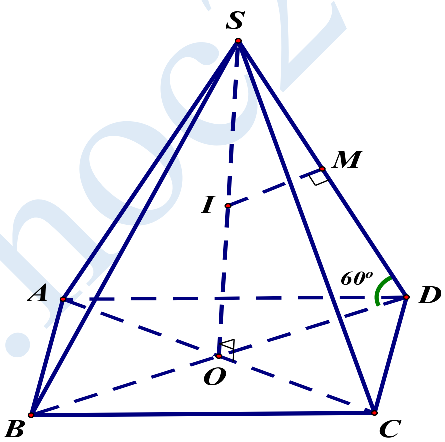
Chọn C

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3, AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó, SO là trục của hình chóp $S.ABCD$.

Gọi M là trung điểm của của SD. Kẻ đường trung trực của cạnh SD cắt SO tại I. Khi đó, I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $\Delta SMI \sim \Delta SOD$ suy ra $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SD} = \frac{MI}{OD} \Rightarrow SI = \frac{SM.SD}{SO} = \frac{SD^2}{2SO}$.

Ta có: $OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{5}{2}$. Xét tam giác SOD vuông tại O, ta có:

$SO = \tan 60°.OD = \frac{5\sqrt{3}}{2}$, $SD = \frac{OD}{\cos 60°} = 5$.

Suy ra $SI = \dfrac{5^2}{2.\dfrac{5\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. Vậy $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$ **không** có điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Với $m = -1$, ta có: $f(x) = 3x^2 + x - 1$ là một parabol với hệ số $a = 3 > 0$ suy ra hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu thỏa yêu cầu đề bài.

Với $m \neq -1$, ta có: $f(x) = (m+1)x^3 - (2m-1)x^2 + x - 1$.

Suy ra $f'(x) = 3(m+1)x^2 - 2(2m-1)x + 1$. Khi đó, hàm số không có điểm cực đại $\Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2 - 3(m+1).1 \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4} \leq m \leq 2$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0,1,2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f^2(x^2-4x) - (m+2)f(x^2-4x) + m - 1 = 0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A. 7. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -13.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 4x)$.

Có $g'(x)=(2x-4)f'(x^2-4x)$. Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ f'(x^2-4x)=0\ \ (1)\end{array}\right.$.

Ta có: $f'(x^2-4x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2\pm\sqrt{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\end{array}\right.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$0\ \ 2-\sqrt{2}\ \ 2\ \ 2+\sqrt{2}\ \ 4\ \ +\infty$
$g'(x)$	$+\ \ 0\ \ -\ \ 0\ \ +\ \ 0\ \ -\ \ 0\ \ +$
$g(x)$	$2\ \ 2\ \ +\infty$ -2 $-3\ \ -3$

Lại có: $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0\Leftrightarrow 3g^2(x)-(m+2)g(x)+m-1=0\ (2)$.

Ta có: $\Delta=(m+2)^2-4.3.(m-1)0=m^2-8m+16=(m-4)^2>0,\forall m\neq 4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $g(x)=h(m)$ có tối đa là 5 nghiệm phân biệt

Do đó, để phương trình $3f^2(x^2-4x)-(m+2)f(x^2-4x)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt thì

TH1. $\begin{cases}g(x)=2\\ -2<g(x)<2\end{cases}$. Thế $g(x)=2$ vào phương trình (2) ta được $m=7$. Khi $m=7$, phương trình (2) có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l}g(x)=2\\ g(x)=1\end{array}\right.$ thỏa yêu cầu.

TH2. $\begin{cases}-3<g(x)<-2\\ -2<g(x)<2\end{cases}$. $\Leftrightarrow\begin{cases}-3<\dfrac{m+2-\sqrt{(m-4)^2}}{6}<-2\\ -2<\dfrac{m+2+\sqrt{(m-4)^2}}{6}<2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-18<m+2-|m-4|<-12\\ -12<m+2+|m-4|<12\end{cases}$

Với $m\geq 4$, ta có: $\Leftrightarrow\begin{cases}-18<6<-12\\ -12<2m-2<12\end{cases}$ (vô lí).

Với $m<4$, ta có: $\Leftrightarrow \begin{cases} -18<2m-2<-12 \\ -12<6<12 \end{cases} \Leftrightarrow -8<m<-5$, $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-7,-6\}$.

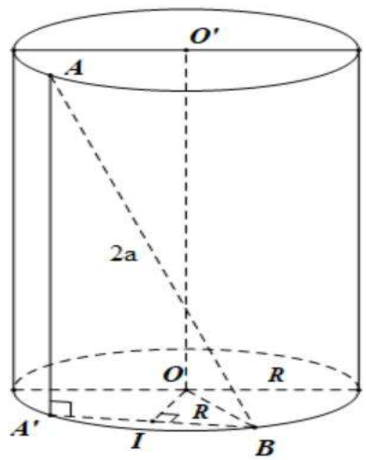
Vậy có tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài là $7+(-7)+(-6)=-6$.

Câu 33: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A và B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O') và (O). Biết $AB=2a$ và khoảng cách giữa AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng $AA'//OO'$ ($A'\in(O)$), gọi I là trung điểm $A'B$, R là bán kính đáy.

Suy ra: khoảng cách giữa AB và OO' là $OI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Và: $IB=\sqrt{OB^2-OI^2}=\sqrt{R^2-\frac{3a^2}{4}} \Rightarrow A'B=2IB=\sqrt{4R^2-3a^2}$.

Thiết diện qua trục là hình vuông nên $AA'=2R$.

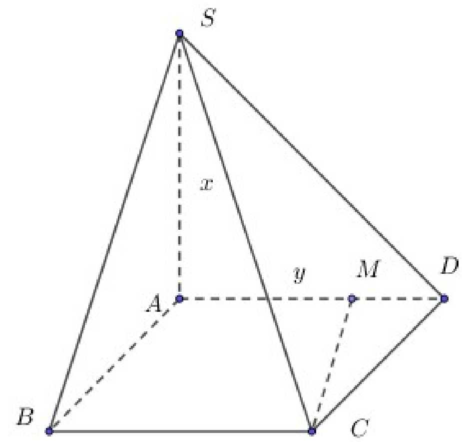
Ta có: $AA'^2+A'B^2=AB^2 \Leftrightarrow 4R^2+4R^2-3a^2=4a^2 \Leftrightarrow R=\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

Câu 34: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y$ $(y>0)$. và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x\,(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$

Lời giải

Chọn A



Theo đề bài, ta có $0 < x < a$ và $y = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Khi đó $V_{S.ABCM} = \frac{1}{3}.S_{ABCM}.SA = \frac{1}{3}.\frac{(x+a)a}{2}.y = \frac{1}{6}a\sqrt{a^2-x^2}(x+a)$

Ta xét hàm số $f(x) = (x+a)\sqrt{a^2-x^2}$ với $0 < x < a$

$f'(x) = \frac{-2x^2 - ax + a^2}{\sqrt{a^2-x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$

x	0		$\frac{a}{2}$		a
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$	$\searrow$	

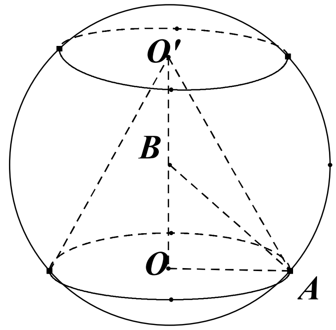
Vậy $\max\limits_{(0;a)} f(x) = f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $\max\limits_{(0;a)} V_{S.ABCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ (đvtt).

Câu 35: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O bán kính $4\sqrt{3}$ thành hai hình tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khi diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất, khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. $h = 4\sqrt{6}$. **B.** $h = 8\sqrt{3}$. **C.** $h = 4\sqrt{3}$. **D.** $h = 8$.

Lời giải

Chọn D



$d\left((P),(Q)\right)=OO'=h$; $AB=R$.

ΔOAB vuông tại O nên $OA=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}$.

$\Delta OAO'$ vuông tại O nên $O'A=\sqrt{O'O^2+OA^2}=\sqrt{h^2+R^2-\frac{h^2}{4}}=\sqrt{R^2+\frac{3h^2}{4}}$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S=\pi.OA.O'A=\pi.\sqrt{\left(R^2-\frac{h^2}{4}\right).\left(R^2+\frac{3h^2}{4}\right)}$.

Đặt $x=\frac{h^2}{4}, x>0$.

Xét $f(x)=\pi.\sqrt{\left(R^2-x\right).\left(R^2+3x\right)}=\pi.\sqrt{R^4+2R^2x-3x^2}$ với $x\in\left(0;R^2\right]$.

$f'(x)=\pi.\frac{2R^2-6x}{2\sqrt{\left(R^2-x\right).\left(R^2+3x\right)}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2R^2-6x=0\Leftrightarrow x=\frac{R^2}{3}$.

x	0		$\frac{R^2}{3}$		R^2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(\frac{R^2}{3}\right)$	$\searrow$	

Diện tích xung quanh của hình nón đạt giá trị lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $\left(0;R^2\right]$. Khi đó $x=\frac{R^2}{3}\Leftrightarrow\frac{h^2}{4}=\frac{R^2}{3}\Leftrightarrow h^2=\frac{4R^2}{3}\Rightarrow h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}=\frac{2\left(4\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{3}=8$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3-3x+2\right)+2f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5?

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

x	-1			1
$u=x^3-3x+2$	4	$\searrow$ 2	$\searrow$	0
$f(x^3-3x+2)$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$ 3
$h(x)=f(x^3-3x+2)+2f(m)$	$1+2f(m)$	$\searrow$	$-3+2f(m)$	$\nearrow$ $3+2f(m)$

TH1: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $|-3+2f(\mathrm{m})|$.

Theo giả thiết ta có $|-3+2f(\mathrm{m})|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(\mathrm{m})=4\\ f(\mathrm{m})=-1\end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=4$ không thoả

Với $f(m)=-1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

TH2: Giả sử giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $|3+2f(\mathrm{m})|$.

Theo giả thiết ta có $|3+2f(\mathrm{m})|=5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f(\mathrm{m})=1\\ f(\mathrm{m})=-4\end{array}\right.$. Thử lại ta có $f(m)=-4$ không thoả

Với $f(m)=1$. Dựa vào BBT của hàm số $f(x)$ ta có 5 giá trị m thoả mãn.

Vậy có 10 giá trị m thoả mãn đề bài.

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $4+\sqrt{2}$. **B.** $8+\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $6+\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases}2x-2>0\\(x-3)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\neq 3\end{cases}$ (*)

Với điều kiện (*) phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$

$\Leftrightarrow \log_2 (2x-2)^2 + \log_2 (x-3)^2 = 2$

$\Leftrightarrow \log_2 \left[(2x-2)^2 (x-3)^2 \right] = 2$

$\Leftrightarrow \left[(2x-2)(x-3) \right]^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (2x-2)(x-3) = 2 \\ (2x-2)(x-3) = -2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - 8x + 4 = 0 \ (1) \\ 2x^2 - 8x + 8 = 0 \ (2) \end{array} \right.$

Phương trình (1) có các nghiệm $x = 2 + \sqrt{2}\ (N);\ x = 2 - \sqrt{2}\ (L)$

Phương trình (2) có nghiệm $x = 2\ (N)$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ 2 + \sqrt{2};\ 2 \right\}$. Tổng các nghiệm bằng $4 + \sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m\ (C)$, với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$.

B. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

C. $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

D. $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành

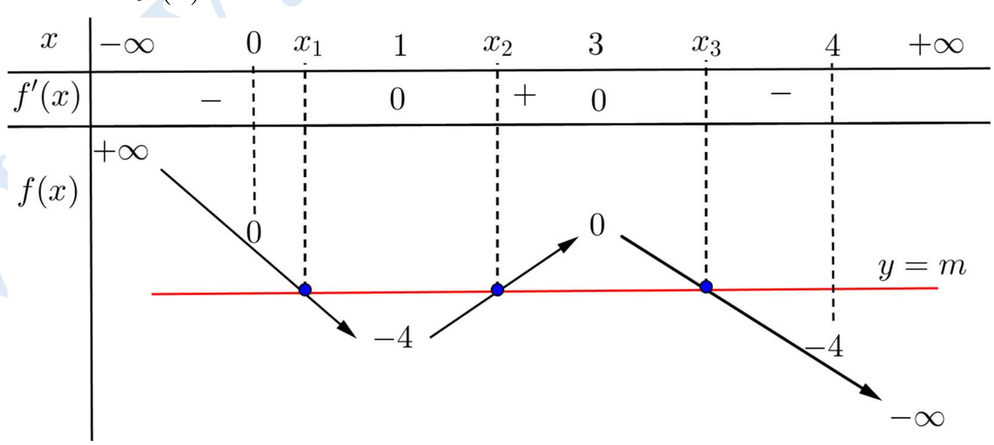
$x^3 - 6x^2 + 9x + m = 0 \Leftrightarrow m = -x^3 + 6x^2 - 9x$ (1). Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x$ với $x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 12x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array} \right.$.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 6x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array} \right.$

và $f(x) = -4 \Leftrightarrow -x^3 + 6x^2 - 9x = -4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array} \right.$

BBT của hàm số $f(x)$



Đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thoả mãn $x_1 < x_2 < x_3$

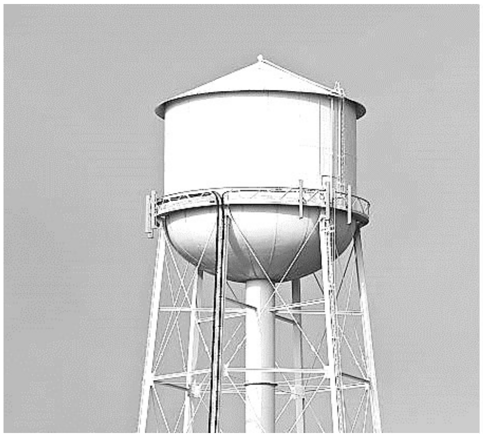
$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $x_1 < x_2 < x_3$

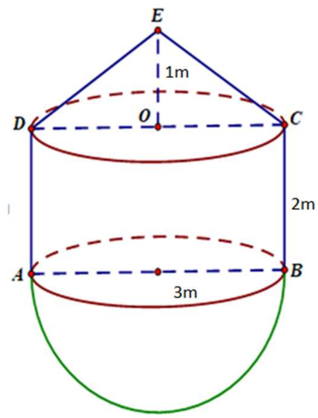
$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ $x_1 < x_2 < x_3$

Dựa vào BBT ta suy ra $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 39: Cho có tháp nước như hình dưới đây, tháp được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng 3m, chiều cao hình trụ là 2m, chiều cao của hình nón là 1m.





Thể tích của toàn bộ không gian bên trong tháp nước gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $V=\dfrac{15\pi}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{48}$. **C.** $V=7\pi\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{33\pi}{4}\left(m^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{nón}=\dfrac{1}{3}OE.\pi.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{3\pi}{4}$, $V_{trụ}=AD.\pi.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=2.\dfrac{9\pi}{4}=\dfrac{9\pi}{2}$.

Thể tích phần còn lại $V_3=\dfrac{V_{cau}}{2}=\dfrac{\frac{4}{3}.\pi.\frac{27}{8}}{2}=\dfrac{9\pi}{4}$.

Vậy thể tích của toàn bộ không gian bên trong tháp nước bằng: $\dfrac{3\pi}{4}+\dfrac{9\pi}{2}+\dfrac{9\pi}{4}=\dfrac{30\pi}{4}=\dfrac{15\pi}{2}$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\cos x, \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$.

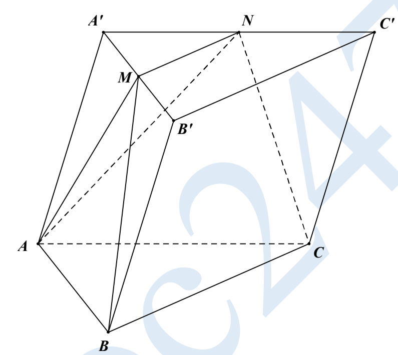
Ta thấy hàm số $t=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{10\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi hàm số $y=\dfrac{t+1}{10t+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{m-10}{(10t+m)^2}<0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow m<10$.

Lại có $10t+m\neq 0\Leftrightarrow \dfrac{-m}{10}\neq t\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{-m}{10}\le 0\\ \dfrac{-m}{10}\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.$

Khi đó ta có: $\begin{cases}m<10\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -10\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<10\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{1;...;9\}$.

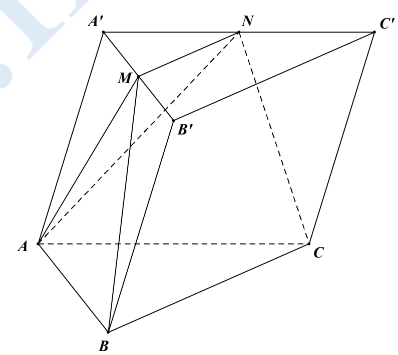
Câu 41: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$, (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ là



A. $V=7a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lăng trụ.

Vì $BMCN$ là hình thang có hai đáy BC, MN và $BC=2MN$ nên ta có

$S_{\Delta BMN}=\frac{1}{2}d(B;MN).MN=\frac{1}{2}d(N;BC).\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}S_{\Delta BCN}$

Suy ra $V_{A.BCNM}=V_{A.BMN}+V_{A.BCN}=\frac{3}{2}V_{A.BCN}=\frac{3}{2}V_{N.ABC}=\frac{3}{2}.\frac{1}{3}V=\frac{1}{2}V$.

Ta có đáy là tam giác ABC vuông tại A nên: $S_{\Delta ABC}=6a^2$.

Vì $B'C'//(ABC)\Rightarrow d(AB;B'C')=d(B'C'(ABC))=d(B';(ABC))=2a=h$

Với h là chiều cao của khối lăng trụ.

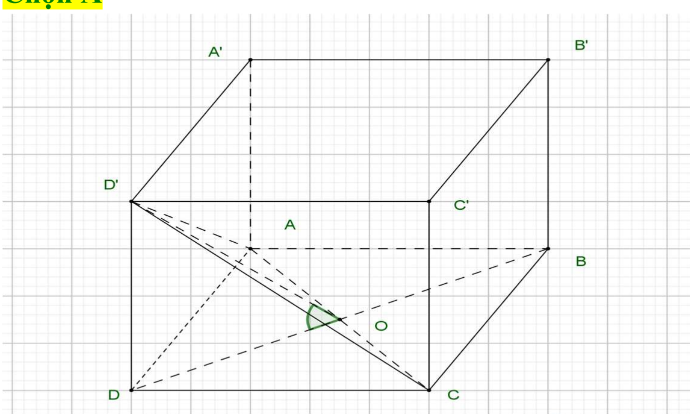
Suy ra $V = h.S_{\Delta ABC} = 2a.6a^2 = 12a^3 \Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{1}{2}V = 6a^3$

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi α là góc giữa (ACD') và $(ABCD)$. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trung điểm của AC. Tam giác $D'AC$ cân tại $D' \Rightarrow DO \perp AC$. Do đó góc giữa (ACD') và $(ABCD)$ là $\widehat{D'OD} = \alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{DD'}{DO} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 43: Cho đồ thị $(C): y = \frac{x+2}{x-1}$. Gọi A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta: y = -3x + 10$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

A. $OH = 5$. **B.** $OH = 2\sqrt{5}$. **C.** $OH = \sqrt{10}$. **D.** $OH = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Do $H \in \Delta \Rightarrow H(x; -3x+10)$.

Mà A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) nên trực tâm H của tam giác ABC cũng thuộc (C) dó đó

$$-3x + 10 = \frac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (-3x+10)(x-1) = x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy $H(2;4) \Rightarrow \overrightarrow{OH} = (2;4) \Rightarrow OH = 2\sqrt{5}$.

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 4000$ và $5(25^y + 2y) = x + \log_5(x+1)^5 - 4$?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5\left(25^y+2y\right)=x+\log_5\left(x+1\right)^5-4\Leftrightarrow 5\log_5\left(x+1\right)+x+1=5^{2y+1}+5\left(2y+1\right)$. (1)

Đặt $\log_5\left(x+1\right)=t\Rightarrow x+1=5^t$.

Phương trình (1) trở thành: $5t+5^t=5\left(2y+1\right)+5^{2y+1}$ (2)

Xét hàm số $f\left(u\right)=5u+5^u$ trên $\mathbb{R}$.

$f'\left(u\right)=5+5^u\ln 5>0,\forall u\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f\left(u\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(2)\Leftrightarrow f\left(t\right)=f\left(2y+1\right)\Leftrightarrow t=2y+1$

$\Rightarrow \log_5\left(x+1\right)=2y+1\Leftrightarrow x+1=5^{2y+1}\Leftrightarrow x=5.25^y-1$

Vì $0\le x\le 4000\Rightarrow 0\le 5.25^y-1\le 4000\Leftrightarrow \frac{1}{5}\le 25^y\le\frac{4001}{5}\Leftrightarrow\frac{-1}{2}\le y\le\log_{25}\frac{4001}{5}\approx 2.08$

Do $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\left\{0,1,2\right\}$, có 3 giá trị của y nên cũng có 3 giá trị của x

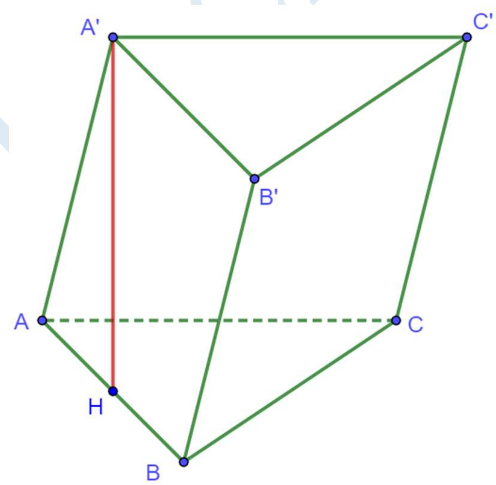
Vậy có 3 cặp số nguyên $\left(x;y\right)$.

Câu 45: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là trung điểm H của cạnh AB và $AA'=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3\sqrt{3}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **C.** $V=2a^2\sqrt{2}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Lời giải

Chọn D

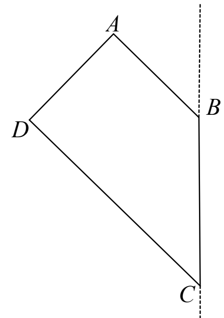


Do tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$ nên $AB=BC=a\sqrt{2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác $AA'H$ ta có: $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

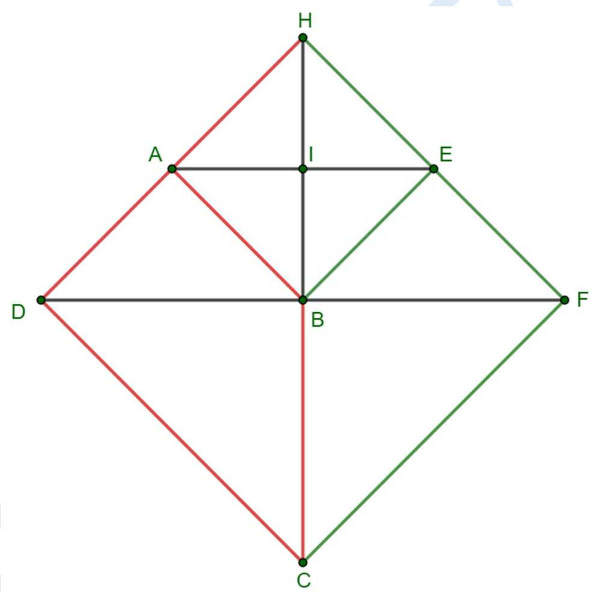
Câu 46: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $CD = 2AB = 2AD = 6$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra bởi hình thang $ABCD$ khi quanh xung quanh đường thẳng BC.



A. $V = \dfrac{135\pi\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = 36\pi\sqrt{2}$. **C.** $V = \dfrac{63\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V = \dfrac{45\pi\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối tròn xoay sinh ra sau khi quay hình thang $ABCD$ xung quanh cạnh BC được tính như sau: $V = 2.(V_1 - V_2)$ với V_1 là thể tích khối nón có đỉnh là C có đáy là hình tròn tâm B, V_2 là khối nón đỉnh H có đáy là hình tròn tâm tâm I.

Tam giác BCD vuông cân tại B nên $BC = BD = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Nên $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi BC^2.BD = \dfrac{1}{3}\pi.\left(3\sqrt{2}\right)^2.3\sqrt{2} = 18\sqrt{2}\pi$

Dễ dàng chứng minh được $BAHE$ là hình vuông nên $AE = HB = AB\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow HI = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

Nên $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.IA^2.IH = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{3\sqrt{2}}{2} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}\pi$

Vậy $V = 2\left(V_1 - V_2\right) = \dfrac{63\sqrt{2}}{2}\pi$

Câu 47: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 7

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=3x^4-mx^3+6x^2+m-3$

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right)=+\infty>0$.

Nên $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f(0)\ge 0 \\ f'(x)\ge 0 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3\ge 0 \\ 12x^3-3mx^2+12x\ge 0 \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le 4x+\dfrac{4}{x} \end{cases}, \forall x\in(0;+\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le \min\limits_{x\in(0;+\infty)}\left(4x+\dfrac{4}{x}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m\le 8 \end{cases} \Leftrightarrow 3\le m\le 8.$$

Vậy $3\le m\le 8$.

Câu 48: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 47 **B.** 49 **C.** Vô số **D.** 48

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ m\le 7^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \log_7 m \\ x>0 \end{cases}$.

Phương trình tương đương $\left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ 7^x-m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{\frac{-5}{4}} \\ x=\log_7 m \end{array}\right.$.

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt:

TH1: $\log_7 m\le 0 \Leftrightarrow 0<m\le 1 \Rightarrow m=1$.

TH2: $2^{\frac{-5}{4}} \le \log_7 m < 2 \Leftrightarrow 7^{2^{\frac{-5}{4}}} \le m < 49 \Rightarrow m \in \{3;4;...;48\}$.

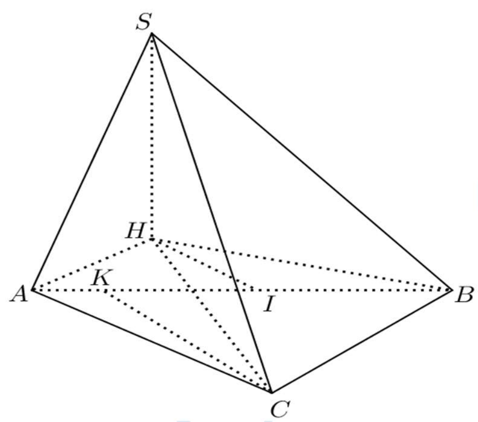
Vậy có tất cả 47 giá trị m thỏa mãn.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4a, BC = 3\sqrt{2}a$, $\widehat{ABC} = 45°; \widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90°$; Sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{a\sqrt{183}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{183}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{5}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Do $SA \perp AC, SB \perp BC$ nên S, A, B, C nằm trên mặt cầu đường kính SC,

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\sin 45^0 = 10a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{10}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC).

Ta có $CA \perp SA$ và $CA \perp SH$ nên $CA \perp HA$.

Tương tự: $CB \perp HB$.

Khi đó $ABCH$ nội tiếp đường tròn đường kính HC nên $HC = \frac{AC}{\sin 45^0} = 2\sqrt{5}a$.

Ta có: $HB = \sqrt{HC^2 - BC^2} = a\sqrt{2}$

Gọi K, I là hình chiếu vuông góc của C và của H lên AB. Khi đó ΔCKB và ΔHIB vuông cân nên $CK = \frac{3\sqrt{2}a}{\sqrt{2}} = 3a$ và $HI = \frac{HB}{\sqrt{2}} = a$.

Do đó $\frac{d(H,(SAB))}{d(C,(SAB))} = \frac{HI}{CK} = \frac{1}{3}$

Ta có $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{d(C,(SAB))}{CB} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow d(C,(SAB)) = CB.\frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{3a}{2} \Rightarrow d(H,(SAB)) = \frac{a}{2}$.

Khi đó $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{d^2(H,(SAB))} - \frac{1}{HI^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow SH^2 = \frac{a^2}{3}$.

Vậy $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + 20a^2} = \frac{a\sqrt{183}}{3}$, suy ra bán kính mặt cầu $R = \frac{a\sqrt{183}}{6}$.

Câu 50: Một hộp có 6 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 5 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. $\frac{190}{1001}$. **B.** $\frac{310}{1001}$. **C.** $\frac{6}{143}$. **D.** $\frac{12}{143}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^{6}$

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng"

* Số cách lấy được 2 bi xanh, 2 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^2.C_4^2.C_5^1$

* Số cách lấy được 1 bi xanh, 3 bi đỏ và 1 bi vàng là: $C_6^1.C_4^3.C_5^1$

Khi đó $n(A)=C_6^2.C_4^2.C_5^1+C_6^1.C_4^3.C_5^1=570$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{570}{C_{15}^{5}}=\frac{190}{1001}$.

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bi – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS.Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.*

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học** và **Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đôi HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website hoc miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm mễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.