SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TRƯỜNG THPT NGUYỄN BỈNH KHIÊM	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022-2023 MÔN TOÁN 12

Câu 1: Phương trình $\log_2(x-5)=5$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=15$. **C.** $x=37$. **D.** $x=30$.

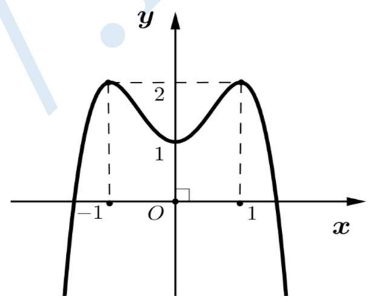
Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=(x^3+27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=(-3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[-3;+\infty)$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2,\ u_4=-54$. Tìm công bội q.

A. -9. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -27.

Câu 4: Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

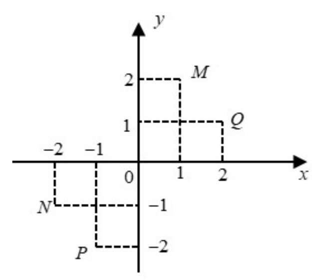
Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V=\pi^2\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $V=2\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi^2\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 6: Môđun của số phức $z=\left(-4+3i\right).i$ bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7: Cho số phức $z=-2+i$. Trong hình dưới, điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là



A. M. **B.** Q.

C. P. **D.** N.

Câu 8: Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là?

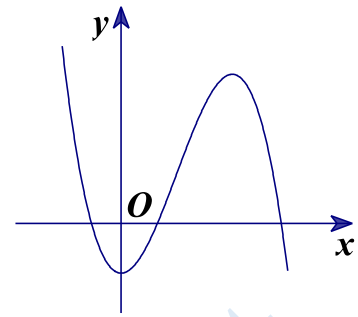
A. 2. **B.** -2.

C. $2i$. **D.** $-2i$.

Câu 9: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

A. 4. **B.** $4!$. **C.** C_4^1. **D.** $4!-3!$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.

C. x^4-2x^2-1. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 11: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y=e^x+2x$.

A. e^x+x^2+C. **B.** e^x+2+C.

C. $\frac{1}{x+1}e^{x+1}+x^2+C$. **D.** e^x+2x^2+C.

Câu 12: Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-4}{x-1}$.

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Câu 13: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là

A. $y_{CT}=2$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=3$. **D.** $x=3$.

Câu 14: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)dx=9$ và $\int_{1}^{2} f(x)dx=2$ thì $\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 11. **D.** -7.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 16: Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y=x-\ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};e\right]$. Giá trị của $M-m$ là

A. $e-\ln 2-\frac{1}{2}$. **B.** $e-1$. **C.** $\ln 2-\frac{1}{2}$. **D.** $e-2$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;-4;1)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(-2;3;-1)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):5x-7y-z+2=0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(5;-7;1)$. **B.** $\vec{n_1}=(5;7;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(-5;-7;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-5;7;1)$.

Câu 20: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng (các quả cầu đôi một khác nhau). Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp, tính xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh.

A. $\frac{7}{11}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(8;-2;0)$. **B.** $(4;-1;0)$. **C.** $(-8;2;0)$. **D.** $(-4;1;0)$.

Câu 22: Phương trình $z^2+az+b=0;(a,b\in\mathbb{R})$ có nghiệm phức là $3+4i$. Giá trị của $a+b$ bằng:

A. 31. **B.** 5. **C.** 19. **D.** 29.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$

A. $\vec{u}=(1;-3;2)$. **B.** $\vec{u}=(-2;3;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-3;-1)$. **D.** $\vec{u}=(2;3;-1)$.

Câu 24: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 2π. **B.** 3π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Câu 25: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ và $F(1)=1$. Tính $F(3)$

A. $F(3)=\ln 3$. **B.** $F(3)=\ln 3+C$. **C.** $F(3)=\ln 3+1$. **D.** $F(3)=\ln 3+3$.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(2m-3)x-m+2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, tính côsin góc φ giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

A. $\cos\varphi=\frac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{7}}{14}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{7}$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AB=a, AC=a\sqrt{3}, A'B=2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Tính khoảng cách từ M đến $(A'BC)$

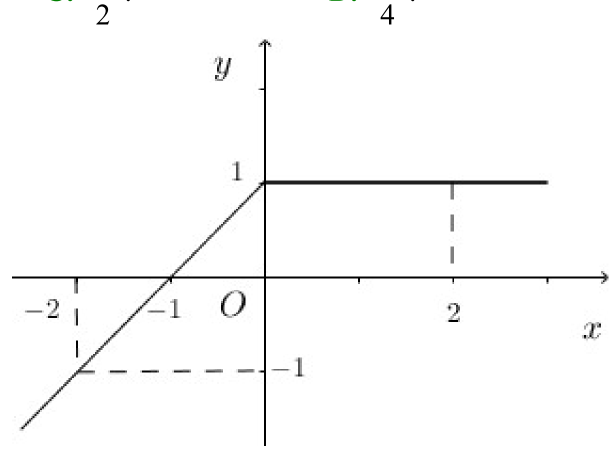
A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Câu 29: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Giá trị của $\int_{-2}^{2} f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1.

C. 3. **D.** 4.



Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $d:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2-3t \\ z=t \end{cases}$ và điểm $A(2;3;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x+3y+z+6=0$. **B.** $x-3y+z+6=0$. **C.** $x-3y+z-6=0$. **D.** $-x+3y-z+5=0$.

Câu 31: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bao nhiêu?

A. $180(m/s)$. **B.** $24(m/s)$. **C.** $144(m/s)$. **D.** $36(m/s)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Đường thẳng qua $A(1;2;-1)$ và cắt (P) và d lần lượt là tại $B, C(a;b;c)$ sao cho C là trung điểm AB. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. -15. **B.** -12. **C.** -5. **D.** 11.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SB,SD,CD,BC. Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng

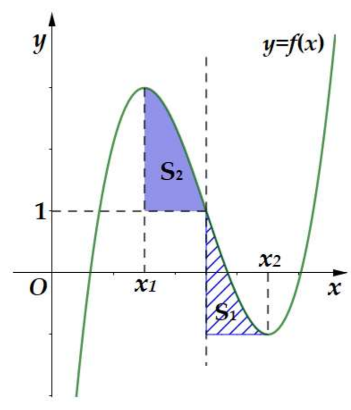
A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 34: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi V' là thể tích của khối tám mặt có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối đa diện $ABCD$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 35: Cho hàm bậc ba $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên.

Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)+f(x_2)=2$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng được cho trong hình vẽ bên. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$



A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{11\sqrt{11}\pi a^3}{162}$.

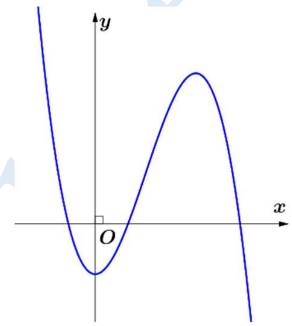
Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của tam giác ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\Delta:\frac{x-1}{-4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$. **C.** $\Delta:\frac{x}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. **D.** $\Delta:\frac{x}{4}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 38: Tính tổng T tất cả các nghiệm thực của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$

A. $T=\frac{13}{4}$. **B.** $T=3$. **C.** $T=\frac{1}{4}$. **D.** $T=2$.

Câu 39: Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\sqrt[3]{\left(f(x)\right)^2}$ là

A. 1. **B.** 2.
C. 3. **D.** 5.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(-2)=2; f(0)=1$. Tính $I=\int_{-2}^{0}\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}dx$.

A. $I=1-2e^2$. **B.** $I=1-2e^{-2}$. **C.** $I=1+2e^2$. **D.** $I=1+2e^{-2}$.

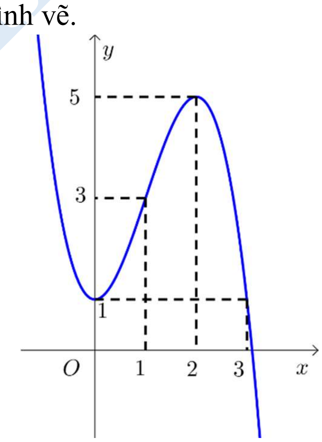
Câu 41: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|5z|=|(4+3i)z-25|$ là đường thẳng có phương trình

A. $8x-6y-25=0$. **B.** $8x-6y+25=0$. **C.** $8x+6y+25=0$. **D.** $8x-6y=0$.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[3^{2x}-4.3^{x+1}+27\right]\left[\log_3(x+1)+x-3\right]\le 0$

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43: Cho hàm số đa thức bậc ba như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(f(x)+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=AB'=AC'$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC=2a$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

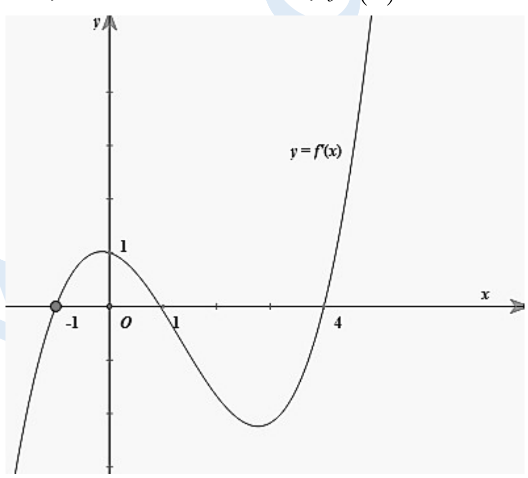
Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $2f\left(\sin x-\cos x\right)=m-1$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{3\pi}{4}\right)$?

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 21.

Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên.

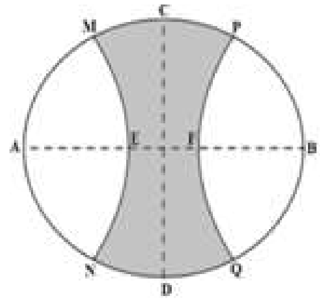


Bất phương trình $\log_5\left[f\left(x\right)+m+2\right]+f\left(x\right)>4-m$ đúng với mọi $x\in\left(-1;4\right)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge 4-f\left(-1\right)$. **B.** $m\ge 3-f\left(1\right)$. **C.** $m<4-f\left(-1\right)$. **D.** $m\ge 3-f\left(4\right)$.

Câu 47: Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh A,B,C,D và hai đường parabol có các đỉnh lần lượt là E,F (phần tô đậm của hình vẽ bên). Hai đường parabol có cùng trục đối xứng AB, đối xứng nhau qua trục CD, hai parabol cắt elip tại các điểm M,N,P,Q. Biết $AB=8m, CD=6m$, $MN=PQ=3\sqrt{3}\,m, EF=2\,m$. Chi phí để trồng hoa trên vườn là 300.000 đ/m^2. Hỏi số tiền trồng hoa cho cả vườn gần nhất với số tiền nào dưới đây?

www.hoc247.net



A. 4.477.800 đồng. **B.** 4.477.000 đồng. **C.** 4.477.815 đồng. **D.** 4.809.142 đồng.

Câu 48: Xét các số phức w, z thỏa mãn $|w+i|=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w=(2+i)(z-4)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2i|+|z-6-2i|$.

A. 7. **B.** $2\sqrt{53}$. **C.** $2\sqrt{58}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in(-1;0)$. **B.** $m\in(-2;0)$. **C.** $m\in(-1;+\infty)$. **D.** $m\in[-1;0)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a-b+2c|$.

A. $\frac{3-2\sqrt{41}}{15}$. **B.** $\frac{3+2\sqrt{41}}{5}$. **C.** $\frac{3+\sqrt{41}}{5}$. **D.** $\frac{3+\sqrt{41}}{15}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.C	5.D	6.B	7.D	8.A	9.B	10.D
11.A	12.C	13.A	14.A	15.B	16.D	17.C	18.B	19.D	20.A
21.B	22.C	23.B	24.C	25.C	26.A	27.A	28.A	29.A	30.B
31.D	32.C	33.C	34.A	35.B	36.B	37.C	38.D	39.C	40.A
41.B	42.D	43.A	44.A	45.A	46.D	47.D	48.C	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Phương trình $\log_2(x-5)=5$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=15$. **C.** $x=37$. **D.** $x=30$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2(x-5)=5 \Leftrightarrow x-5=2^5 \Leftrightarrow x=37$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=(x^3+27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=(-3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^3+27>0 \Leftrightarrow x>-3$.

Vậy $D=(-3;+\infty)$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2,\ u_4 = -54$. Tìm công bội q.

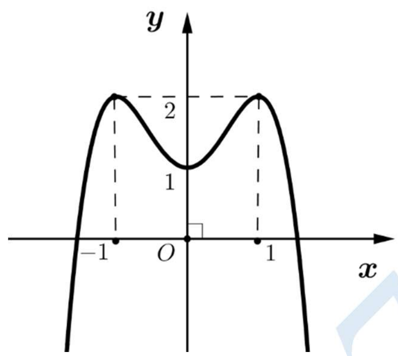
A. -9. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -27.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_4 = -54 \Leftrightarrow u_1.q^3 = -54 \Leftrightarrow q^3 = -27 \Leftrightarrow q = -3$.

Câu 4: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V = 2\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi^2\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Môđun của số phức $z = (-4+3i).i$ bằng

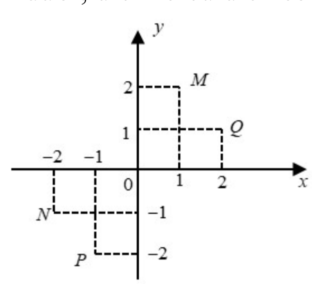
A. $\sqrt{7}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = (-4+3i).i = -4i + 3i^2 = -3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 7: Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình dưới, điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là



A. M. **B.** Q. **C.** P. **D.** N.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overline{z} = -2 - i$ nên có điểm biểu diễn là điểm $N(-2;-1)$.

Câu 8: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là?

A. 2. **B.** -2. **C.** $2i$. **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 1 - 2i \Rightarrow \overline{z} = 1 + 2i$

Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là 2.

Câu 9: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

A. 4. **B.** $4!$. **C.** C_4^1. **D.** $4! - 3!$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên gồm 4 chữ số có dạng $\overline{abcd}$ $(a \neq 0)$

a có 4 cách chọn

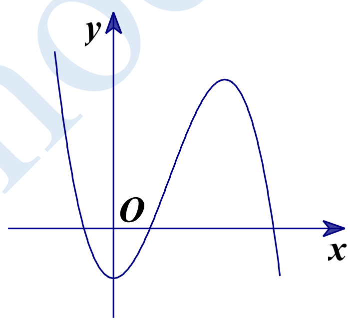
b có 3 cách chọn

c có 2 cách chọn

d có 1 cách chọn

Theo quy tắc nhân, có $4.3.2.1 = 4!$ số.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **C.** $x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc ba có hệ số $a < 0$.

Câu 11: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + 2x$.

A. $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + 2 + C$. **C.** $\dfrac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2 + C$. **D.** $e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int (e^x + 2x)\,dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 12: Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-4}{x-1}$.

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-4}{x-1}=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-4}{x-1}=3$

Suy ra, hàm số có đường tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 13: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là

A. $y_{CT}=2$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+3$.

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=2$.

Câu 14: Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=9$ và $\int\limits_{1}^{2} f(x)dx=2$ thì $\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 11. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{-2}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{2} f(x)dx=\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx\Leftrightarrow \int\limits_{-2}^{1} f(x)dx+2=9\Leftrightarrow \int\limits_{-2}^{1} f(x)dx=7$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=0$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=0$

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $f\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm.

Câu 16: Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của hàm số $y=x-\ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};e\right]$. Giá trị của $M-m$ là

A. $e-\ln 2-\frac{1}{2}$. **B.** $e-1$. **C.** $\ln 2-\frac{1}{2}$. **D.** $e-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=x-\ln x\Rightarrow y'=1-\frac{1}{x}$

$y'=0\Leftrightarrow x=1\in\left[\frac{1}{2};e\right]$.

$y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}+\ln 2$, $y\left(1\right)=1$, $y\left(e\right)=e-1$. Vậy $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};e\right]} y=y\left(1\right)=1$, $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};e\right]} y=y\left(e\right)=e-1$.

Vậy $M-m=e-2$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A. $(3;0;0)$. **B.** $(3;-1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$

A. $\left(0;1;0\right)$. **B.** $\left(2;-4;1\right)$. **C.** $\left(2;-3;1\right)$. **D.** $\left(-2;3;-1\right)$.

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{2}=\frac{-4+1}{-3}=\frac{1}{1}=1\Rightarrow\left(2;-4;1\right)\in d$

Tailieuchuan.vn

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):5x-7y-z+2=0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(5;-7;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(5;7;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(-5;-7;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-5;7;1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(\alpha):5x-7y-z+2=0$ nhận $\overrightarrow{n_2}=(-5;7;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Câu 20: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng (các quả cầu đôi một khác nhau). Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp, tính xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh.

A. $\frac{7}{11}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ 12 quả cầu. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi biến cố A: "3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh".

TH1: 2 quả xanh, 1 quả vàng.

TH2: 3 quả xanh.

Khi đó $n(A) = C_7^2.C_5^1 + C_7^3$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{7}{11}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(8;-2;0)$. **B.** $(4;-1;0)$. **C.** $(-8;2;0)$. **D.** $(-4;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(4;-1;0)$.

Câu 22: Phương trình $z^2 + az + b = 0; (a, b \in \mathbb{R})$ có nghiệm phức là $3 + 4i$. Giá trị của $a + b$ bằng:

A. 31. **B.** 5. **C.** 19. **D.** 29.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3 + 4i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0; (a, b \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow (3+4i)^2 + a(3+4i) + b = 0 \Leftrightarrow -7 + 24i + 3a + 4ai + b = 0$

$\Leftrightarrow 3a + b - 7 + (4a + 24)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b - 7 = 0 \\ 4a + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 25 \end{cases} \Rightarrow a + b = 19$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$

A. $\vec{u} = (1;-3;2)$. **B.** $\vec{u} = (-2;3;-1)$. **C.** $\vec{u} = (2;-3;-1)$. **D.** $\vec{u} = (2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

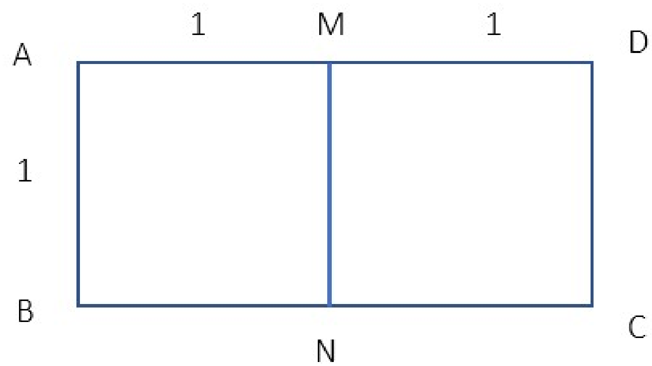
Đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ có một véc tơ chỉ phương là $(2;-3;1)$ nên nhận $\vec{u} = (-2;3;-1)$ làm VTCP.

Câu 24: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 2π. **B.** 3π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn C



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ta được hình trụ có đường cao là $h = AB = 1$, bán kính đường tròn đáy là $R = BN = \frac{1}{2}AD = 1$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi$.

Câu 25: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ và $F(1) = 1$. Tính $F(3)$

A. $F(3) = \ln 3$. **B.** $F(3) = \ln 3 + C$. **C.** $F(3) = \ln 3 + 1$. **D.** $F(3) = \ln 3 + 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x \in (0;+\infty) \Rightarrow F(x) = \int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$

$F(1) = 1 \Rightarrow \ln 1 + C = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \ln x + 1 \Rightarrow F(3) = \ln 3 + 1$.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (2m-3)x - m + 2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = x^2 - 2mx - 2m + 3$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ $(a = 1 \neq 0)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 + 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.

Vì m nguyên nên m có 5 giá trị là $-3; -2; -1; 0; 1$.

Tailieuchuan.vn

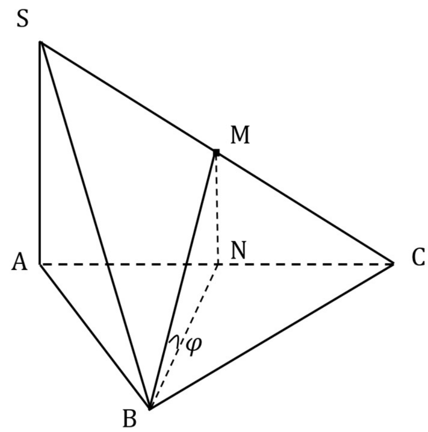
Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, tính côsin góc φ giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

A. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\cos\varphi = \frac{\sqrt{7}}{14}$. **D.** $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải

Chọn A

www.hoc247.net



Gọi N là trung điểm cạnh AC, dễ thấy MN là đường trung bình của tam giác SAC, suy ra $MN \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC) bằng góc $\widehat{MBN}$ và bằng góc φ. Xét tam giác BMN vuông tại N:

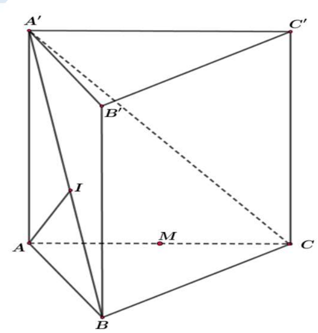
$$\cos\varphi = \frac{BN}{BM} = \frac{BN}{\sqrt{BN^2 + MN^2}} = \frac{BN}{\sqrt{BN^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}} = \frac{a\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}..$$

Câu 28: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AB = a, AC = a\sqrt{3}, A'B = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Tính khoảng cách từ M đến $(A'BC)$

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là hình chiếu của A lên SB.

Khi đó $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABA') \Rightarrow BC \perp AI$

Ta có $\left.\begin{matrix} AI \perp SB \\ AI \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AI \perp (A'AB) \Rightarrow d\left(A,(A'AB)\right) = AI$

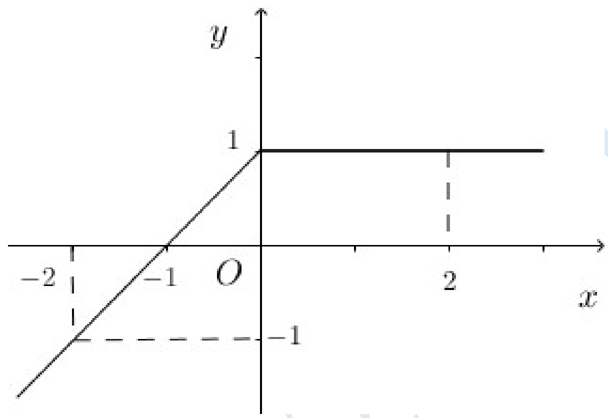
$AA'^2 = A'B^2 - AB^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2 \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông ABA': $\dfrac{1}{AI^2}=\dfrac{1}{AA'^2}+\dfrac{1}{AB^2}\Rightarrow AI=\dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $AM\cap\left(A'BC\right)=\{C\}\Rightarrow\dfrac{d\left(M,\left(A'BC\right)\right)}{d\left(A,\left(A'BC\right)\right)}=\dfrac{CM}{CA}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow d\left(M,\left(A'BC\right)\right)=\dfrac{1}{2}.d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=\dfrac{1}{2}.AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int\limits_{-2}^{2}f\left(x\right)dx$ bằng



A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta có $f\left(x\right)=\begin{cases}x+1 \text{ khi } x<0\\ 1 \quad\text{ khi } x\geq 0\end{cases}$.

Nên $\int\limits_{-2}^{2}f\left(x\right)dx=\int\limits_{-2}^{0}\left(x+1\right)dx+\int\limits_{0}^{2}1.dx=2$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $d:\begin{cases}x=-1+t\\ y=2-3t\\ z=t\end{cases}$ và điểm $A\left(2;3;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x+3y+z+6=0$. B. $x-3y+z+6=0$. C. $x-3y+z-6=0$. D. $-x+3y-z+5=0$.

Lời giải

Chọn B

d có VTCP $\vec{u}=\left(1;-3;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với đường thẳng $d\Rightarrow\left(P\right)$ nhận $\vec{u}=\left(1;-3;1\right)$ là một vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là $1\left(x-2\right)-3\left(y-3\right)+1\left(z-1\right)=0\Leftrightarrow x-3y+z+6=0$.

Câu 31: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bao nhiêu?

A. $180(m/s)$. **B.** $24(m/s)$. **C.** $144(m/s)$. **D.** $36(m/s)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2 \Rightarrow v(t)=s'=-t^2+12t$.

Xét hàm số $v(t)=-t^2+12t$ trên $[0;7]$.

Ta có $v'(t)=-2t+12=0 \Leftrightarrow t=6$.

Tính $v(0)=0;\ v(6)=36; v(7)=35$.

Vậy $\max\limits_{[0;7]} v(t)=v(6)=36(m/s)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Đường thẳng qua $A(1;2;-1)$ và cắt (P) và d lần lượt là tại $B, C(a;b;c)$ sao cho C là trung điểm AB. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. -15. **B.** -12. **C.** -5. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có $C\in d \Rightarrow C(2t+1;-t-1;t+4)$

Do C là trung điểm $AB \Rightarrow B(4t+1;-2t-4;2t+9)$

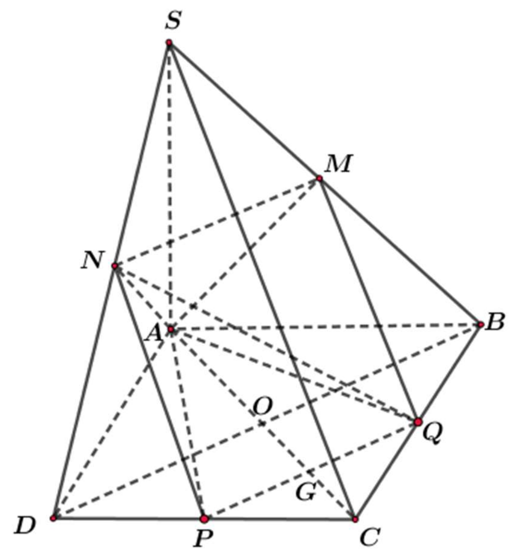
Ta có $B\in(P): 4t+1+3(-2t-4)-2(2t+9)+2=0 \Leftrightarrow t=\frac{-9}{2} \Rightarrow C\left(-8;\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SB,SD,CD,BC. Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD; G = AC \cap PQ$

Ta có $\left.\begin{matrix} MQ//SC \\ NP//SC \\ MQ = NP = \dfrac{1}{2}SC \end{matrix}\right\} \Rightarrow MQ = NP; MQ//NP$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành $\Rightarrow S_{MNPQ} = 2S_{\Delta NPQ}$

Ta có $SA^2 = SC^2 - AC^2 = 3a^2 - 2a^2 = a^2 \Rightarrow SA = a$

Mà $PQ = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $AG = \dfrac{3}{4}AC = \dfrac{3}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$

$\Rightarrow S_{\Delta APQ} = \dfrac{1}{2}AG.PQ = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{3a\sqrt{2}}{4} = \dfrac{3a^2}{8}$

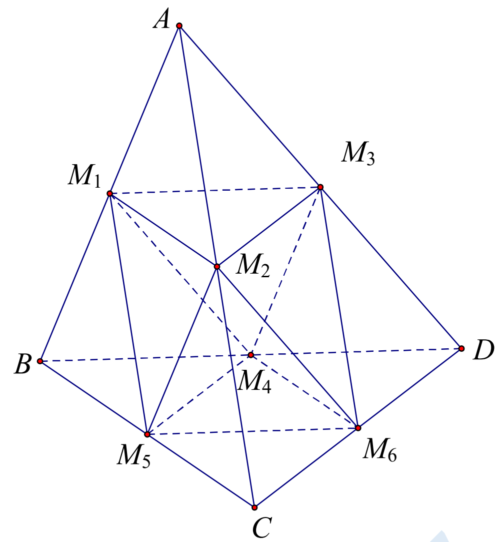
Khi đó $V_{A.MNPQ} = 2.V_{ANPQ} = 2.V_{N.APQ} = 2.\dfrac{1}{2}V_{S.APQ} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta APQ} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{3a^2}{8} = \dfrac{a^3}{8}$.

Câu 34: Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi V' là thể tích của khối tám mặt có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối đa diện $ABCD$. Tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A



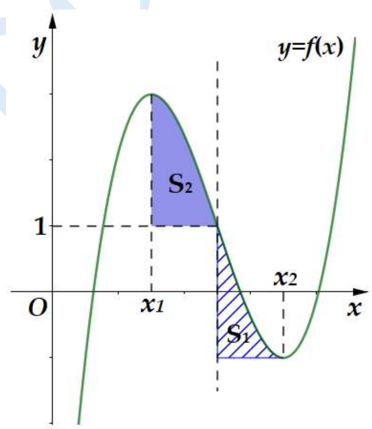
Gọi $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6$ lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, AD, BD, BC và CD.

Ta có $\frac{V_{AM_1M_2M_2}}{V_{ABCD}} = \frac{AM_1}{AB}.\frac{AM_2}{AC}.\frac{AM_3}{AD} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{AM_1M_2M_2} = \frac{V}{8}$.

Tương tự có $V_{AM_1M_2M_2} = V_{BM_1M_4M_5} = V_{CM_2M_5M_6} = V_{DM_3M_4M_6} = \frac{V}{8}$.

Ta có $V' = V - 4V_{AM_1M_2M_2} = V - 4\frac{V}{8} = \frac{V}{2}$.

Câu 35: Cho hàm bậc ba $f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên.



Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 2$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của hai hình phẳng được cho trong hình vẽ bên. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$

Lời giải

Chọn B

Do $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2

$\Rightarrow f'(x)=3a(x-x_1)(x-x_2)=3a(x-x_1)(x-x_1-2)=3a(x-x_1)^2-6a(x-x_1),\ (a>0)$

$\Rightarrow f(x)=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+C$.

Ta có: $f(x_1)=C$, $f(x_2)=-4a+C$ và $f(x_1)+f(x_2)=2\Rightarrow C=2a+1$

$\Rightarrow f(x)=a(x-x_1)^3-3a(x-x_1)^2+2a+1$.

Ta có: $S_2=\int_{x_1}^{x_1+1}\left|f(x)-1\right|\mathrm{d}x=a\int_{x_1}^{x_1+1}\left[(x-x_1)^3-3(x-x_1)^2+2\right]\mathrm{d}x=a\int_0^1\left(t^3-3t^2+2\right)\mathrm{d}t=\frac{5a}{4}$

Do tính chất đối xứng qua điểm uốn của hàm bậc ba nên ta có được:

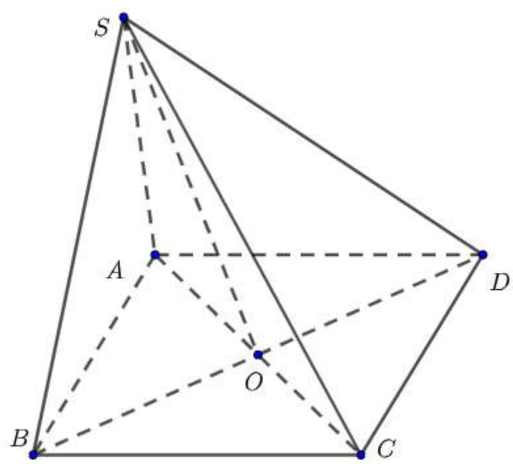
$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\left(f(x_1)-1\right)-S_2}{S_2}=\frac{2a}{\frac{5a}{4}}-1=\frac{3}{5}.$$

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{11\sqrt{11}\pi a^3}{162}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SA\ \ (1)\\BC\perp AB\end{cases}$

Mà tam giác SAB vuông tại $S\Rightarrow SB\perp SA\ \ (2)$.

Từ $(1);(2)\Rightarrow SA\perp(SBC)\Rightarrow SA\perp SC$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó ta được $OA=OB=OC=OS=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$; Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của tam giác ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A. $\Delta:\frac{x-1}{-4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$.

C. $\Delta:\frac{x}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$. **D.** $\Delta:\frac{x}{4}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) có phương trình theo đoạn chắn là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$.

Mặt phẳng (ABC) có $\vec{n}=(4;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vì H là trực tâm của ΔABC nên $OH \perp (ABC)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{n}=(4;2;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình chính tắc là: $\Delta:\frac{x}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$.

Câu 38: Tính tổng T tất cả các nghiệm thực của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$

A. $T=\frac{13}{4}$. **B.** $T=3$. **C.** $T=\frac{1}{4}$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn D

PT: $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0 \Leftrightarrow 4.\left(\frac{9}{4}\right)^x-13.\left(\frac{6}{4}\right)^x+9=0$.

$\Leftrightarrow 4.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-13.\left(\frac{3}{2}\right)^x+9=0$. Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$ $(t>0)$.

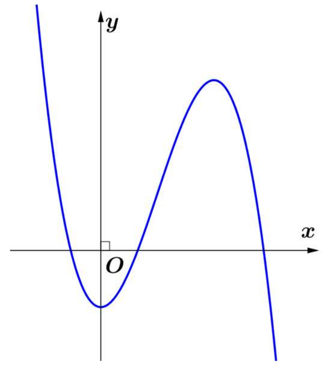
Phương trình trở thành: $4t^2-13t+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{9}{4} \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

+) $t=1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

+) $t=\frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{9}{4} \Leftrightarrow x=2$.

Vậy $T=0+2=2$.

Câu 39: Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\sqrt[3]{\left(f\left(x\right)\right)^{2}}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\left(\sqrt[3]{\left(f\left(x\right)\right)^{2}}\right)'=\dfrac{2}{3}\dfrac{f'\left(x\right)}{\sqrt[3]{f\left(x\right)}}$; $y'=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=a\left(a>0\right)\end{array}\right.$.

y' không xác định khi $\Leftrightarrow x\in\{b;c;d\}$, $\left(b<0<c<a<d\right)$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		b		0		c		a		d		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực tiểu.

Câu 40: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f\left(-2\right)=2;f\left(0\right)=1$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{0}\dfrac{f'\left(x\right)-f\left(x\right)}{e^{x}}dx$.

A. $I=1-2e^{2}$. **B.** $I=1-2e^{-2}$. **C.** $I=1+2e^{2}$. **D.** $I=1+2e^{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$I=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f'\left(x\right)-f\left(x\right)}{e^{x}}dx=\int\limits_{-2}^{0}\frac{f'\left(x\right).e^{x}-f\left(x\right)\left(e^{x}\right)'}{e^{2x}}dx=\int\limits_{-2}^{0}\left(\frac{f\left(x\right)}{e^{x}}\right)'dx=\left.\frac{f\left(x\right)}{e^{x}}\right|_{-2}^{0}=1-2e^{2}.$$

Câu 41: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|5z\right|=\left|\left(4+3i\right)z-25\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $8x-6y-25=0$. **B.** $8x-6y+25=0$. **C.** $8x+6y+25=0$. **D.** $8x-6y=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi,\left(x;y\in\mathbb{R}\right)$.

Khi đó: $\left|5z\right|=\left|z-25\right|$

$\Leftrightarrow 5\left|z\right|=\left|4+3i\right|.\left|z-\dfrac{25}{4+3i}\right|$

$\Leftrightarrow\left|x+yi\right|=\left|x+4+\left(y-3\right)i\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x+4)^2+(y-3)^2} \Leftrightarrow x^2+y^2=x^2+8x+16+y^2-6y+9$

$\Leftrightarrow 8x-6y+25=0$.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[3^{2x}-4.3^{x+1}+27\right]\left[\log_3(x+1)+x-3\right]\le 0$

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>-1$

Bất phương trình tương đương $\begin{cases}3^{2x}-4.3^{x+1}+27\ge 0\\ \log_3(x+1)+x-3\le 0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}3^{2x}-4.3^{x+1}+27\le 0\\ \log_3(x+1)+x-3\ge 0\end{cases}$.

• Ta xét hệ bất phương trình đầu tiên $\begin{cases}3^{2x}-12.3^{x}+27\ge 0 & (1)\\ \log_3(x+1)+x-3\le 0 & (2)\end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow 3^x\le 3 \vee 3^x\ge 9 \Leftrightarrow x\le 1 \vee x\ge 2$.

Xét hàm $f(x)=\log_3(x+1)+x-3$ với $x\in(-1;1]\cup[2;+\infty)$

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}+1>0, \forall x\in(-1;1]\cup[2;+\infty)$

Khi đó bất phương trình (2) có ba nghiệm nguyên là $x\in\{0;1;2\}$.

• Ta xét hệ bất phương trình còn lại $\begin{cases}3^{2x}-12.3^{x}+27\le 0 & (3)\\ \log_3(x+1)+x-3\ge 0 & (4)\end{cases}$

Ta có $(3)\Leftrightarrow 3\le 3^x\le 9 \Leftrightarrow 1\le x\le 2$

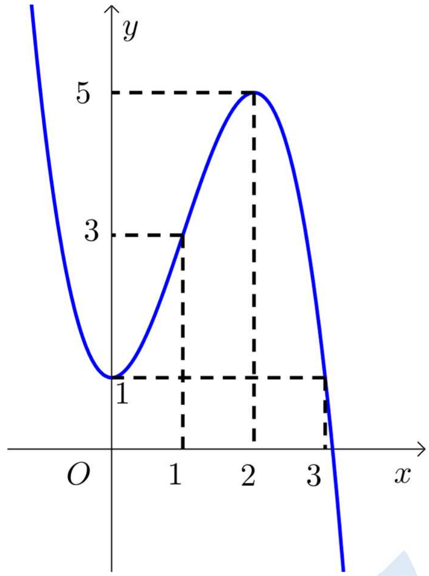
Tương tự, xét hàm $f(x)=\log_3(x+1)+x-3$ với $x\in[1;2]$

$\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}+1>0, \forall x\in[1;2]$

Nhận thấy chỉ có $f(2)=0$ nên bất phương trình (4) chỉ có nghiệm nguyên là $x=2$.

Cuối cùng bất phương trình có ba nghiệm nguyên là $x\in\{0;1;2\}$.

Câu 43: Cho hàm số đa thức bậc ba như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(f\left(x\right)+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$y' = f'\left(f\left(x\right)+m\right).f'\left(x\right)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)+m=0 \\ f(x)+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=-m \\ f(x)=-m+2 \end{array}\right.$$

$$* \ f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Hàm số có 6 điểm cực trị $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -m\le 1 \\ 1<-m+2<5 \end{cases} \\ \begin{cases} 2<-m<5 \\ -m+2\ge 5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -m\le 1 \\ 1<-m+2<5 \end{cases} \\ \begin{cases} 2<-m<5 \\ -m+2\ge 5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m\ge -1 \\ -3<m<1 \end{cases} \\ \begin{cases} -5<m<-2 \\ m\le -3 \end{cases} \end{array}\right.$

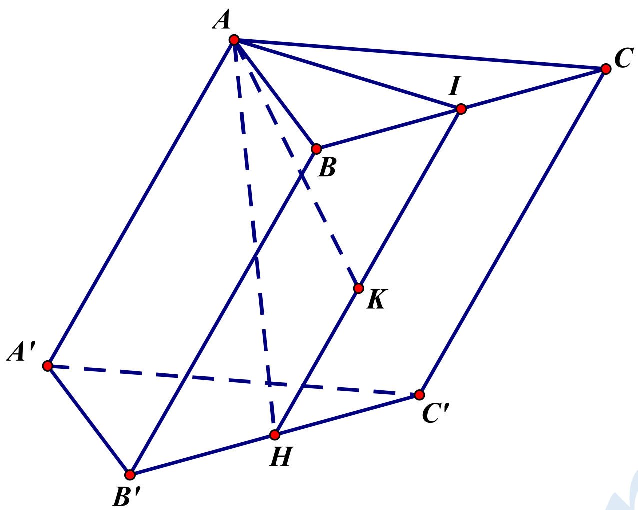
$\Rightarrow m \in \{-1;0;-3;-4\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA' = AB' = AC'$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = 2a$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm $B'C'$. Vì tam giác $A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại A' nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Mặt khác $AA' = AB' = AC'$, từ đó suy ra A, H cách đều 3 điểm A', B', C' hay $AH \perp (A'B'C')$.

Gọi I là trung điểm của BC khi đó $AI \perp BC$ (1)

Mà $B'C' \perp AH$ và $BC // B'C'$ suy ra $BC \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $BC \perp (AHI) \Rightarrow (BCC'B') \perp (AHI)$ theo giao tuyến là HI (3)

Kẻ $AK \perp HI$, ta được $AK \perp (BCC'B')$ hay $d(A',(BCC'B')) = d(A,(BCC'B')) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác AIH vuông tại A, ta được $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} - \frac{1}{AI^2} = \frac{3}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy thể tích khối lăng trụ $V = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} . (a\sqrt{2})^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $2f(\sin x - \cos x) = m - 1$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$?

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 21.

Lời giải

$2f(\sin x - \cos x) = m - 1$ (1).

Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ $(*)$.

Ta có: $x\in\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)\Rightarrow x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\in(-1;1)\Rightarrow t\in\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Với mỗi $t\in\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ thì phương trình $(*)$ có một nghiệm x tương ứng.

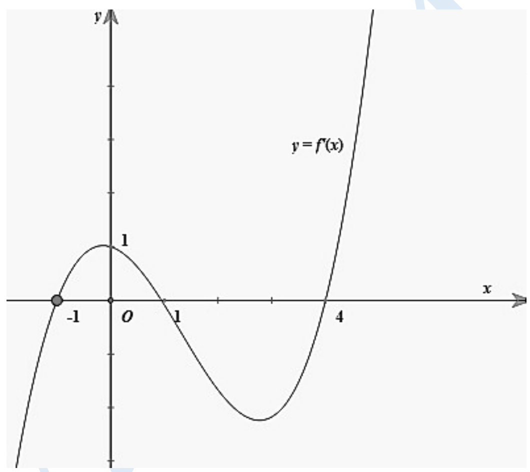
Khi đó phương trình (1) trở thành: $\frac{m-1}{2}=f(t)$ (2).

(1) có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow(2)$ có hai nghiệm t phân biệt trên khoảng $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow -4<\frac{m-1}{2}<3\Leftrightarrow -7<m<7$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-6;-5;...;5;6\}$.

Vậy có 13 giá trị m nguyên thỏa đề bài.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Bất phương trình $\log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)>4-m$ đúng với mọi $x\in(-1;4)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge 4-f(-1)$. **B.** $m\ge 3-f(1)$. **C.** $m<4-f(-1)$. **D.** $m\ge 3-f(4)$.

Lời giải

Ta có, bất phương trình $\log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)>4-m$.

$\Leftrightarrow \log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)+m+2>6$.

$\Leftrightarrow \log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)+m+2>\log_5(5)+5$.

Đặt: $t=f(x)+m+2,\ (t>0)$.

$\Rightarrow \log_5(t)+t>\log_5(5)+5$.

Ta xét, hàm số $f(t)=\log_5(t)+t,\ (t>0)$.

$\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 5}+1>0,\ \forall t\in(0;+\infty)$.

$\Rightarrow f(t)=\log_5(t)+t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f\left(t\right) > f\left(5\right) \Rightarrow t > 5$.

Vậy, bất phương trình $\log_5\left[f\left(x\right)+m+2\right]+f\left(x\right) > 4-m$ đúng với mọi $x \in \left(-1;4\right)$ khi và chỉ khi $f\left(x\right)+m+2 > 5,\ \forall x \in \left(-1;4\right) \Leftrightarrow m > 3-f\left(x\right), \forall x \in \left(-1;4\right)$.

Dựa, vào đồ thị $f'\left(x\right)$ ta có:

$\int_{-1}^{4} f'\left(x\right)\mathrm{d}x < 0 \Leftrightarrow f\left(4\right)-f\left(-1\right) < 0 \Leftrightarrow f\left(4\right) < f\left(-1\right)$.

Mặt khác, dựa vào đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$, ta có BBT vủa hàm số $f\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-1)$	↗	$f(1)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

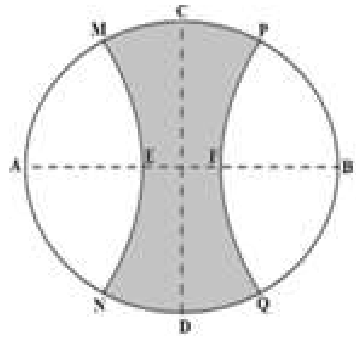
Vậy, hàm số $3-f\left(x\right)$ có BBT như sau.

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$-$	
$3-f(x)$	$-\infty$	↗	$3-f(-1)$	↘	$3-f(1)$	↗	$3-f(4)$	↘	$-\infty$

Vậy, $m > 3-f\left(x\right), \forall x \in \left(-1;4\right) \Leftrightarrow m \geq 3-f\left(4\right)$.

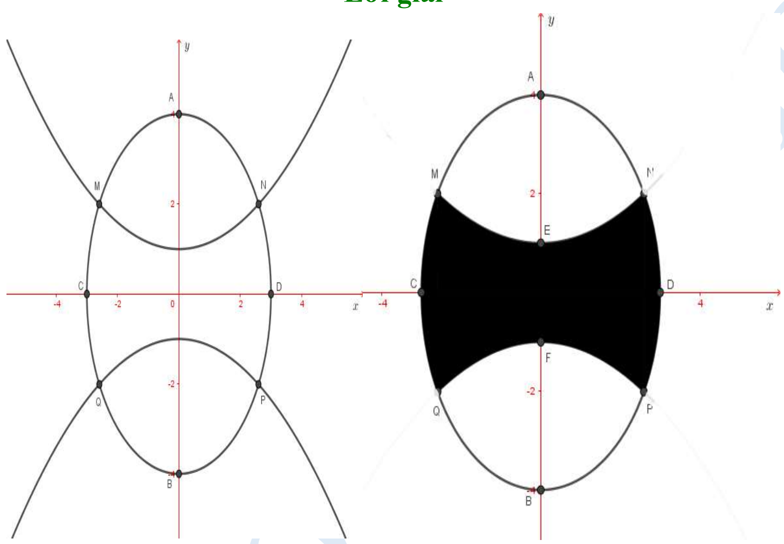
Do đó, bất phương trình $\log_5\left[f\left(x\right)+m+2\right]+f\left(x\right) > 4-m$ đúng với mọi $x \in \left(-1;4\right)$ khi và chỉ khi $m \geq 3-f\left(4\right)$.

Câu 47: Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh A, B, C, D và hai đường parabol có các đỉnh lần lượt là E, F (phần tô đậm của hình vẽ bên). Hai đường parabol có cùng trục đối xứng AB, đối xứng nhau qua trục CD, hai parabol cắt elip tại các điểm M, N, P, Q. Biết $AB = 8\,m, CD = 6\,m$, $MN = PQ = 3\sqrt{3}\,m, EF = 2\,m$. Chi phí để trồng hoa trên vườn là $300.000\,đ/m^2$. Hỏi số tiền trồng hoa cho cả vườn gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 4.477.800 đồng. **B.** 4.477.000 đồng. **C.** 4.477.815 đồng. **D.** 4.809.142 đồng.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy, như hình vẽ.

Ta có: $CD = 2a = 6 \Rightarrow a = 3; AB = 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow (E): \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 1.$

Giả sử phương trình parabol phía trên trục Ox là $(P): y = ax^2 + bx + c,$ do điểm $F(0;1)$ là đỉnh của $(P) \Rightarrow b = 0; c = 1, \Rightarrow y = ax^2 + 1$.

Mà $(P) \cap (E) = \{M, N\}$, $MN = 3\sqrt{3} \Rightarrow N(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}; 2).$

$N \in (P) \Rightarrow 2 = a\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{4}{27} \Rightarrow y = \dfrac{4}{27}x^2 + 1$.

Do có tính đối xứng của $(E),(P)$, suy ra diện tích cần tìm là

$$S = 4\left(\left|\int_0^{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{4}{27}x^2 + 1\right)\mathrm{d}x\right| + \left|\int_{\frac{3\sqrt{3}}{2}}^{3} \left(4\sqrt{1 - \frac{x^2}{9}}\right)\mathrm{d}x\right|\right) \approx 16.03\,m^2.$$

$\Rightarrow$ Số tiền trồng hoa cho cả vườn hoa là: $16.03 \text{x} 300.000 = 4.809.000$ đồng.

Câu 48: Xét các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2+i)(z-4)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2i| + |z - 6 - 2i|$.

A. 7. **B.** $2\sqrt{53}$. **C.** $2\sqrt{58}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Lời giải

Cách 1.

Ta có: $5w=(2+i)(z-4)\Leftrightarrow 5w+5i=(2+i)(z-4)+5i$

$\Rightarrow |5w+5i|=|(2+i)(z-4)+5i|\Rightarrow 5|w+i|=|(1+2i)(z-4+1+2i)|=\sqrt{5}|z-3+2i|$

$\Rightarrow 5.\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}|z-3+2i|\Rightarrow |z-3+2i|=3$.

Ta có:

$|z+z_1|^2+|z-z_1|^2=2\left(|z|^2+|z_1|^2\right)$; $\forall z,z_1$. (1)

$|z|^2+|z_1|^2\ge\dfrac{\left(|z|+|z_1|\right)^2}{2}$; $\forall z,z_1$. (2)

Ta có: $P=|z-2i|+|z-6-2i|=|z-3-2i+3|+|z-3-2i-3|$.

Áp dụng (1) và (2), ta có:

$|z-3-2i+3|^2+|z-3-2i-3|^2=2\left(|z-3-2i|^2+9\right)$.

$$|z-3-2i+3|^2+|z-3-2i-3|^2\ge\frac{\left(|z-3-2i+3|+|z-3-2i-3|\right)^2}{2}=\frac{\left(|z-2i|+|z-6-2i|\right)^2}{2}$$

.

Vậy, ta có:

$\dfrac{\left(|z-2i|+|z-6-2i|\right)^2}{2}\le 2\left(|z-3-2i|^2+9\right)\Rightarrow\left(|z-2i|+|z-6-2i|\right)^2\le 4\left(|z-3-2i|^2+9\right)$.

$\Rightarrow P^2\le 4\left(|z-3-2i|^2+9\right)$.

Do $4\left(|z-3-2i|^2+9\right)=4\left(|z-3+2i-4i|^2+9\right)$ nên $P^2\le 4\left(\left(|z-3+2i|+|-4i|\right)^2+9\right)$

$\Rightarrow P^2\le 4\left(7^2+9\right)=232\Rightarrow P\le 2\sqrt{58}$.

Cách 2.

Ta có: $5w=(2+i)(z-4)$ thay $|w+i|=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow |z-3+2i|=3$.

Suy ra, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=9$.

Gọi $M\in(C)$.

Ta có: $P=|z-2i|+|z-6-2i|=AM+BM$; $A(0;2),B(6;2)$.

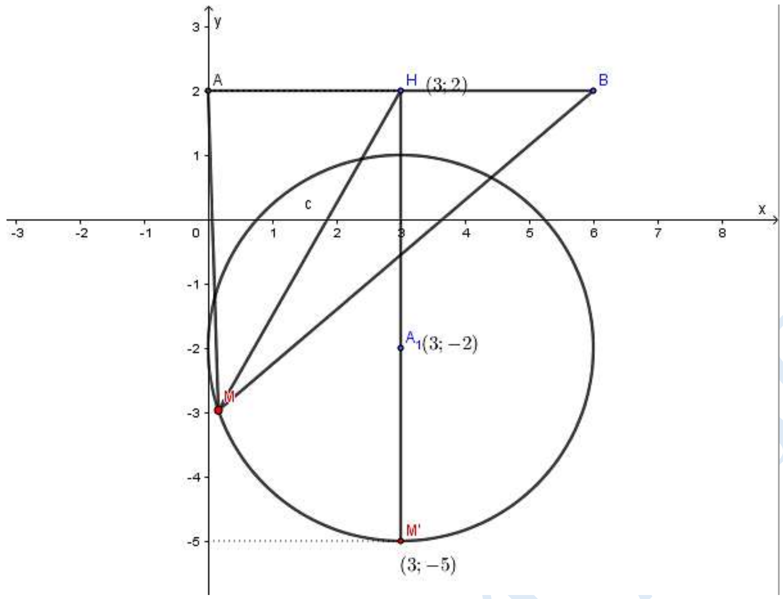
Suy ra $P\le\sqrt{2\left(AM^2+BM^2\right)}$.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB.

Ta có: $P\le\sqrt{2\left(AM^2+BM^2\right)}=\sqrt{2\left(2MH^2+\dfrac{AB^2}{2}\right)}=\sqrt{4MH^2+AB^2}$.

Vậy, $P=|z-2i|+|z-6-2i|$ đạt giá trị lớn nhất khi MH^2 đạt giá trị lớn nhất.

Dựa vào hình vẽ sau



Suy ra, MH^2 đạt giá trị lớn nhất khi $M\equiv M'\Rightarrow P^2\le 232\Rightarrow P=2\sqrt{58}$.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\in(-1;0)$. **B.** $m\in(-2;0)$. **C.** $m\in(-1;+\infty)$. **D.** $m\in[-1;0)$.

Lời giải

Cách 1.

Điều kiện: $x>-1$.

Ta có pt: $x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]\Leftrightarrow x\log_3(x+1)=1+m\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow (x-m)\log_3(x+1)=1$ (1).

Đặt: $\log_3(x+1)=t\Rightarrow x=3^t-1$

Ta có, Pt (1) $\Rightarrow\left(3^t-m-1\right).t=1\Rightarrow f(t)=3^t-\frac{1}{t}-1=m$, với $t\neq 0$.

Đặt: $f(t)=3^t-\frac{1}{t}-1$, với $t\neq 0$.

$\Rightarrow f'(t)=3^t.\ln 3+\frac{1}{t^2}>0, t\in(-\infty;0),(0;+\infty)$.

Suy ra, $f(t)=3^t-\frac{1}{t}-1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

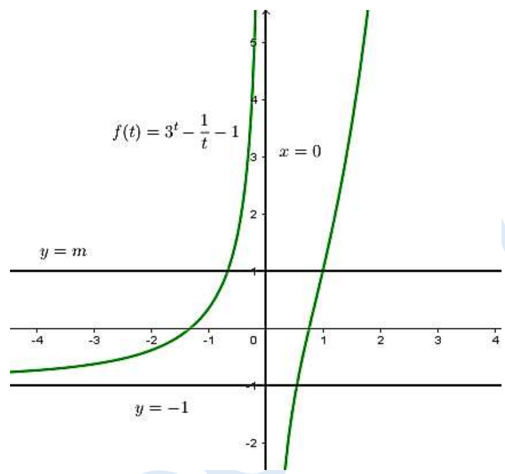
Ta xét các giới sau:

$\lim\limits_{t\to-\infty}\left(3^t-\frac{1}{t}-1\right)=-1$, $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(3^t-\frac{1}{t}-1\right)=+\infty$.

$\lim\limits_{t\to 0^+}\left(3^t-\frac{1}{t}-1\right)=-\infty$, $\lim\limits_{t\to 0^-}\left(3^t-\frac{1}{t}-1\right)=+\infty$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f\left(t\right)=3^t-\frac{1}{t}-1$, với $t\in\left(-\infty;0\right),\left(0;+\infty\right)$.

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	||	$+$	
$f(t)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$



Ta có, số nghiệm của Pt (1) cũng chính là số nghiệm của đồ thị hàm số (C) $f\left(t\right)=3^t-\frac{1}{t}-1$ và đồ thị hàm số $y=m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa, vào đồ thị ở hình vẽ trên, để phương trình $x\log_3\left(x+1\right)=\log_9\left[9\left(x+1\right)^{2m}\right]$ có ba nghiệm khi $m\in\left(-1;+\infty\right)$.

Cách 2.

Điều kiện: $x>-1$.

Ta có: $x\log_3\left(x+1\right)=\log_9\left[9\left(x+1\right)^{2m}\right]$(1)

Nhận thấy $x=0$ không là nghiệm phương trình trên.

Pt (1) $\Leftrightarrow\left(x-m\right)\log_3\left(x+1\right)=1\Leftrightarrow x-\frac{1}{\log_3\left(x+1\right)}=m$.

Đặt: $f\left(x\right)=x-\frac{1}{\log_3\left(x+1\right)}\Rightarrow f'\left(x\right)=1+\frac{1}{\left(x+1\right)\ln 3.\left(\log_3\left(x+1\right)\right)^2}>0,\forall x\in\left(-1;+\infty\right)$.

Suy ra $f\left(x\right)=x-\frac{1}{\log_3\left(x+1\right)}$ là hàm số đồng biến $\forall x\in\left(-1;+\infty\right)$.

Ta có BBT của hàm số $f\left(x\right)=x-\frac{1}{\log_3\left(x+1\right)}$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa, vào BBT ở hình vẽ trên, để phương trình $x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]$ có ba nghiệm khi $m\in(-1;+\infty)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a-b+2c|$.

A. $\frac{3-2\sqrt{41}}{15}$. **B.** $\frac{3+2\sqrt{41}}{5}$. **C.** $\frac{3+\sqrt{41}}{5}$. **D.** $\frac{3+\sqrt{41}}{15}$.

Lời giải

Chọn B

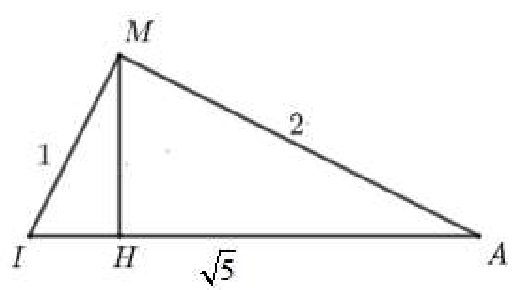
Phương trình mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(2;0;-1)$ nên $AI=\sqrt{5}$ và $AM=\sqrt{AI^2-R^2}=2$.

Vậy M thuộc mặt cầu $(S'):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn (C) là giao tuyến giữa (S) và (S').

$\Rightarrow (C)$ thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+2=0$.



Gọi H là hình chiếu của M trên AI thì $IH.IA=IM^2\Leftrightarrow \frac{IH}{IA}=\frac{IM^2}{IA^2}=\frac{1}{5}$.

Suy ra $\overrightarrow{IH}=\frac{1}{5}\overrightarrow{IA}$ nên $H\left(-\frac{3}{5};1;\frac{4}{5}\right)$ là tâm đường tròn (C).

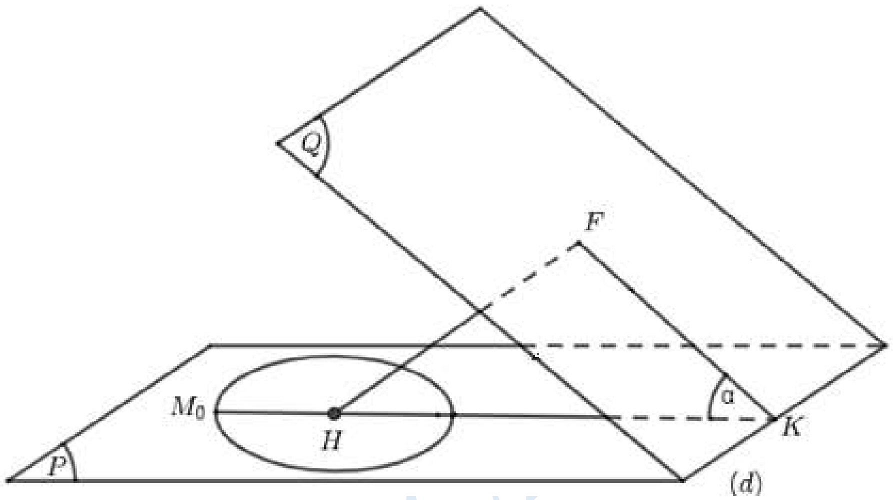
Bán kính đường tròn (C) bằng $r = MH = \sqrt{MI^2 - IH^2} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Gọi (Q) là mặt phẳng $2x - y + 2z = 0$ và F là hình chiếu của H lên (Q).

Khi đó ta có $HF = d(H,(Q)) = \dfrac{1}{5}$ và $\cos\alpha = \dfrac{2}{3\sqrt{5}}$; với α là góc giữa (P) và (Q).

$\Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{41}}{3\sqrt{5}}$.

Gọi (d) là giao tuyến của (P) và (Q).



Gọi K là hình chiếu của H trên (d) nên $HK = \dfrac{HF}{\sin\alpha} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{41}}$.

Gọi M_0 là giao điểm tia đối HK cắt $(C) \Rightarrow M_0K = HK + r = \dfrac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{41}} + \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Dễ dàng thấy với mọi $M \in (C)$, khoảng cách lớn nhất từ M đến (Q) là $d(M_0;(Q))$.

$$d(M;(Q)) = M_0K.\sin\alpha = \left(\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{41}} + \frac{2}{\sqrt{5}}\right)\frac{\sqrt{41}}{3\sqrt{5}} = \frac{3+2\sqrt{41}}{15}$$

Mặt khác $d(M;(Q)) = \dfrac{|2a - b + 2c|}{3}$ nên $T = 3d(M;(Q)) \le 3d(M_0;(Q)) = \dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$.

---------- HẾT ----------

HOC247
Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bi – Tiết kiệm 90%

- **Luyên thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS.Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.*

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học** và **Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đôi HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website hoc miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm mễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.