SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TRƯỜNG THPT LÊ LỢI	ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022-2023 MÔN TOÁN 12

MÃ ĐỀ: 101

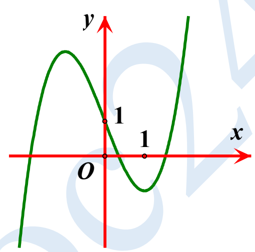
Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 3^{34} **B.** A_{34}^3 **C.** 34^3 **D.** C_{34}^3

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(-1;0)$

Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int\limits_0^2 e^{2x}dx$ **B.** $S=\int\limits_0^2 e^x dx$ **C.** $S=\pi\int\limits_0^2 e^x dx$ **D.** $S=\pi\int\limits_0^2 e^x dx$

Câu 6: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3-2x$ là

A. $x^4 - x^2 + C$ **B.** $3x^2 - 2 + C$ **C.** $x^3 - 2x + C$ **D.** $\frac{1}{4}x^4 - x^2 + C$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_3} = (2;1;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;4)$ **C.** $\overrightarrow{u_2} = (2;1;4)$ **D.** $\overrightarrow{u_1} = (2;2;4)$

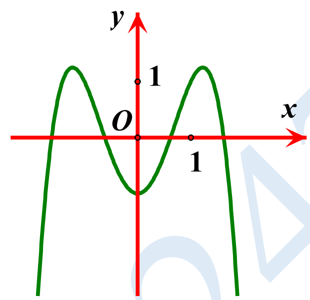
Câu 9: Số phức $-3 + 7i$ có phần ảo bằng:

A. $7i$ **B.** -7 **C.** -3 **D.** 7

Câu 10: Diện tích của mặt cầu có bán kính $R = 2$ bằng

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** 10π.

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$ **B.** $(2;6;4)$ **C.** $(2;-1;5)$ **D.** $(4;-2;10)$

Câu 13: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$.

Câu 14: Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = \frac{3}{2}$ **D.** $x = 3$

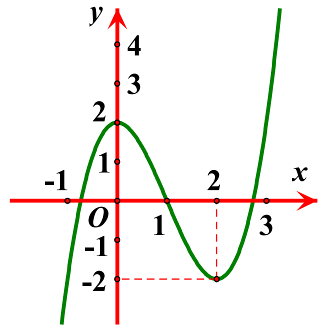
Câu 15: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$ **B.** $\frac{2}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Câu 16: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200000000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là $243\,101\,250$ VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

A. 8%. **B.** 7%. **C.** 6% **D.** 5%.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là



A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 18: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $30°$ **D.** $45°$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$ **B.** $2x-y+3z+11=0$ **C.** $2x-y-3z+11=0$ **D.** $2x-y+3z-11=0$

Câu 21: Từ một hộp chứa 20 quả bóng gồm 12 quả màu vàng và 8 quả màu trắng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được 4 quả màu vàng bằng

A. $\dfrac{12}{35}$. **B.** $\dfrac{103}{137}$. **C.** $\dfrac{33}{323}$. **D.** $\dfrac{59}{237}$.

Câu 22: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị của $\int\limits_0^1 [2f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 5. **C.** 20. **D.** 35.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201 **B.** 2 **C.** 9 **D.** 54

Câu 24: Tìm số phức z biết $(1+i)z-(3+4i)=4-3i$.

A. $z=3-4i$. **B.** $z=4+3i$. **C.** $z=3+4i$. **D.** $z=4-3i$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$

Câu 26: Cho $\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I=12$. **B.** $I=3$. **C.** $I=\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=6$.

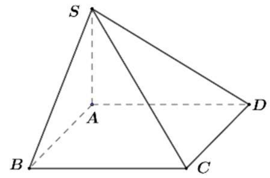
Câu 27: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $5\sqrt{\pi}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $8a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

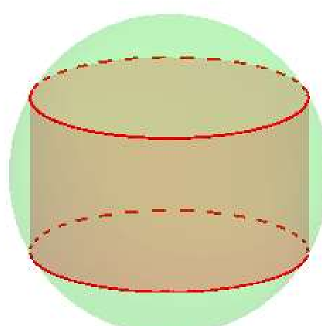
Câu 30: Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1 **B.** $\frac{5}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$, biết rằng $(A'BC)$ hợp với đáy (ABC) một góc 45^o. Thể tích lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 32: Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi(dm^3)$. **B.** $\frac{43}{3}\pi(dm^3)$. **C.** $41\pi(dm^3)$. **D.** $132\pi(dm^3)$.

Câu 33: Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-4}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 3m - 6 = 0$ có hai nghiệm trái dấu

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 35: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0 .

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{10} + (m-2)x^7 - (m^2-4)x^6 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 3 **B.** 5 **C.** 4 **D.** Vô số

Câu 37: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cho biết hình chiếu của đỉnh A' trên mặt đáy (ABC) là điểm H trên cạnh AB mà $HA = 2HB$ và góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{12}a^3$.

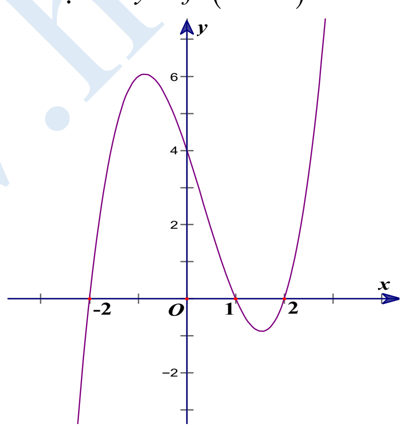
Câu 38: Biết rằng có đúng một số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z-i}{z+i}$ là số thuần ảo. Tính tổng phần thực và phần ảo của z.

A. 4. **B.** -4. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Có bao nhiêu điểm $I(a;b;c)$ với a,b,c là các số nguyên sao cho có mặt cầu tâm I đi qua A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy)?

A. 10. **B.** 6 . **C.** 8. **D.** 4.

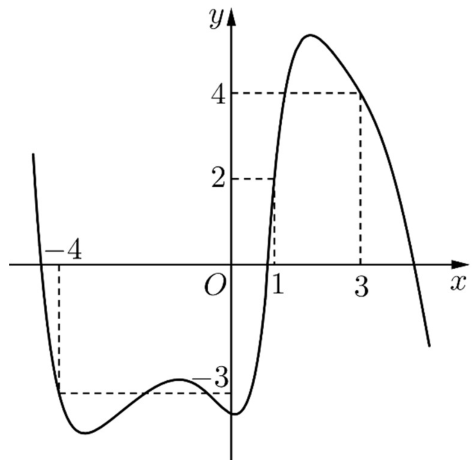
Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(3-2x)$ như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021;2021]$ để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3 + 2021x\right| + m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

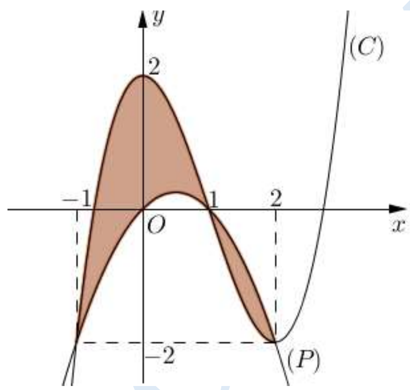
A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-4) = 4$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} - x + 3m$ trên đoạn $[-4;3]$ không vượt quá 2022 thì tập giác trị của m là



A. $(-\infty;2022]$. **B.** $(674;+\infty)$. **C.** $(-\infty;674]$. **D.** $(2022;+\infty)$.

Câu 42: Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba với đồ thị (P) của hàm số bậc hai như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO}=30^0, \widehat{SAB}=60^0$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $a\sqrt{5}$

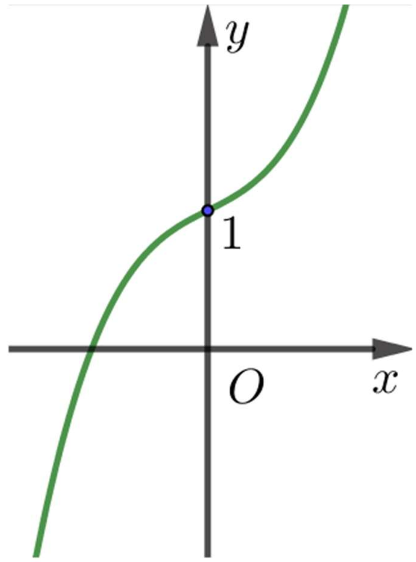
Câu 44: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{2022}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy}=x(x-1)+y(y-1)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2x+2y+1}{x+y+5}$.

A. $\frac{11}{19}$. **B.** 1. **C.** $\frac{10}{23}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2021;2022)$ sao cho bất phương trình $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{f(x)}{f(x)+1}+\frac{f(x)+1}{f(x)+2}+\frac{f(x)+2}{f(x)+3}=\left|f(x)-2\right|-f(x)+m$ có đúng 3 nghiệm âm và 1 nghiệm dương.

A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** **Vô số.**

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên R, $f(0)=1$ và thỏa mãn $\frac{3f'(x).\left[f(x)\right]^2}{e^{x^2+1}}-\frac{2x}{e^{\left[f(x)\right]^3}}=0$. Giá trị của $I=\int_0^{\sqrt{26}} x.f(x)\,\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(5;7)$. **C.** $(7;9)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 48: Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=|w|=|z+w|=1$. Giá trị lớn nhất của $\left|z+\left(1+\sqrt{3}i\right)w+\sqrt{3}-2i\right|$ bằng:

A. $\sqrt{7}$. **B.** $1+\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $2+\sqrt{7}$.

Câu 49: Cho hai đường thẳng chéo nhau d_1,d_2 với đoạn vuông góc chung AB, $AB=a$ và góc giữa hai đường thẳng d_1,d_2 bằng α. Hai điểm M,N di động trên d_1,d_2 $\left(M\in d_1,N\in d_2\right)$ sao cho $AM+BN=MN$. Gọi H là hình chiếu của trung điểm O của AB lên MN. Đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng $\left(M,d_2\right)$, tiếp xúc với d_2 tại B và tiếp xúc MN tại H. Tiếp tuyến thứ hai kẻ từ M với (C) cắt d_2 tại điểm P. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\frac{a^3}{6\sin\alpha}$. **B.** $\frac{a^3}{12\sin\alpha}$. **C.** $\frac{a^3.\sin\alpha}{6}$. **D.** $\frac{a^3.\sin\alpha}{12}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2=50$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A. 29. **B.** 33. **C.** 55. **D.** 28.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.A	5.B	6.A	7.D	8.B	9.D	10.B
11.D	12.C	13.A	14.B	15.B	16.D	17.A	18.B	19.A	20.D
21.C	22.B	23.D	24.D	25.A	26.B	27.C	28.A	29.C	30.C
31.D	32.D	33.C	34.D	35.D	36.C	37.A	38.D	39.D	40.D
41.C	42.A	43.A	44.A	45.B	46.B	47.B	48.C	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ba học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 3^{34} **B.** A_{34}^{3} **C.** 34^{3} **D.** C_{34}^{3}

Lời giải

Mỗi một cách chọn ba học sinh trong một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập ba của 34 phần tử.

Vậy số cách chọn là: C_{34}^{3}.

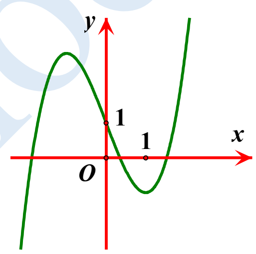
Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;0)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x+y-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 1

Lời giải

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(-1;0)$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-\infty;-1)$.

Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^2 e^{2x}dx$ **B.** $S=\int_0^2 e^x dx$ **C.** $S=\pi\int_0^2 e^x dx$ **D.** $S=\pi\int_0^2 e^x dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ là: $S=\int_0^2 e^x dx$.

Câu 6: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a (a)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3-2x$ là

A. x^4-x^2+C **B.** $3x^2-2+C$ **C.** x^3-2x+C **D.** $\frac{1}{4}x^4-x^2+C$

Lời giải

$\int (x^3-2x)dx = \frac{1}{4}x^4-x^2+C$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3+4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;4)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;4)$ **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;2;4)$

Lời giải

$d:\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3+4t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;4)$.

Câu 9: Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng:

A. $7i$ **B.** -7 **C.** -3 **D.** 7

Lời giải

Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng 7.

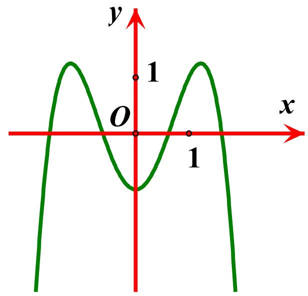
Câu 10: Diện tích của mặt cầu có bán kính $R=2$ bằng

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** 10π.

Lời giải

Diện tích của mặt cầu có bán kính $R=2$ bằng $S=4\pi R^2=16\pi$.

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$ **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ **D.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$

Lời giải

+ Nhìn đồ thị khẳng định đồ thị hàm trùng phương loại **B, C**

+ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = -\infty$ nên **Chọn D**

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(1;3;2)$ **B.** $(2;6;4)$ **C.** $(2;-1;5)$ **D.** $(4;-2;10)$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB, ta có tọa độ điểm I là $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$.

Vậy $I(2;-1;5)$.

Câu 13: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$. **C.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$.

Lời giải

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng là $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 14: Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$ **B.** $x = 2$ **C.** $x = \frac{3}{2}$ **D.** $x = 3$

Lời giải

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x + 1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 15: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$ **B.** $\frac{2}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Lời giải

Khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a nên có diện tích đáy: $S_{đáy} = a^2$.

Chiều cao $h = 2a$.

Vậy thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}.S_{đáy}.h = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 16: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200000000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là $243\,101\,250$ VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

A. 8%. **B.** 7%. **C.** 6% **D.** 5%.

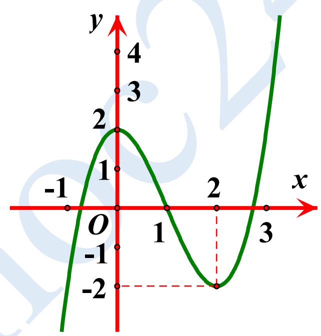
Lời giải

Gọi lãi suất kỳ hạn một năm của ngân hàng MSB là r. Áp dụng công thức lãi suất kép $P = a(1+r)^n$ trong đó ta có :

$$243101250 = 200000000(1+r)^4 \Leftrightarrow (1+r)^4 = \frac{243101250}{200000000}$$

$$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} - 1 \Leftrightarrow r = 0,05.$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

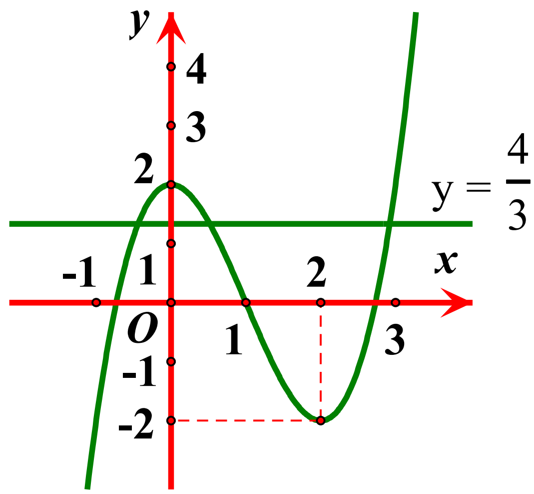


A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Ta có: $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$ $(*)$

$(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{4}{3}$.



Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy $(*)$ có 3 nghiệm.

Câu 18: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=\left[-9;+\infty\right)\setminus\left\{0;-1\right\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}=-\infty$

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim_{x\to0^+} y=\lim_{x\to0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}==\lim_{x\to0^+}\frac{x}{\left(x^3+x^2\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=+\infty.$$

$$\lim_{x\to0^-} y=\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^3+x^2}=\lim_{x\to0^-}\frac{x}{\left(x^3+x^2\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim_{x\to0^-}\frac{1}{x\left(x+1\right)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=-\infty.$$

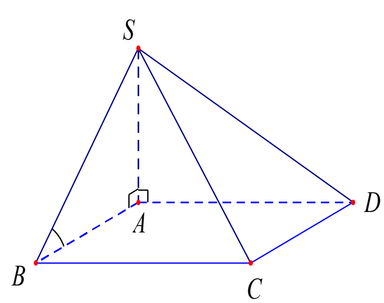
$\Rightarrow$ TCĐ $x=0$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $30°$ **D.** $45°$

Lời giải



Do $SA\perp\left(ABCD\right)$ nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SBA}$.

Ta có $\cos\widehat{SBA}=\dfrac{AB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SBA}=60^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và và mặt phẳng đáy bằng bằng 60°.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$ **B.** $2x-y+3z+11=0$ **C.** $2x-y-3z+11=0$ **D.** $2x-y+3z-11=0$

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P).

Do $(Q)//(P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x-y+3z+d=0$ $(d\neq 2)$.

Do $A(2;-1;2)\in(Q)$ nên $2.2-(-1)+3.2+d=0\Leftrightarrow d=-11$.

Vậy $(Q):2x-y+3z-11=0$.

Câu 21: Từ một hộp chứa 20 quả bóng gồm 12 quả màu vàng và 8 quả màu trắng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được 4 quả màu vàng bằng

A. $\dfrac{12}{35}$. **B.** $\dfrac{103}{137}$. **C.** $\dfrac{33}{323}$. **D.** $\dfrac{59}{237}$.

Lời giải

Phép thử T là: " Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong hộp chứa 20 quả."

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{20}^4=4845$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 4 quả màu vàng", suy ra $n(A)=C_{12}^4=495$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{495}{4845}=\dfrac{33}{323}$.

Câu 22: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị của $\int\limits_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 5. **C.** 20. **D.** 35.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x-3\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=20-15=5$.

Tailieuchuan.vn

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 201 **B.** 2 **C.** 9 **D.** 54

Lời giải

$y'=4x^3-8x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Ta có $y(-2)=9$; $y(3)=54$; $y(0)=9$; $y(\pm\sqrt{2})=5$.

Vậy $\max\limits_{[-2;3]}y=54$.

Câu 24: Tìm số phức z biết $(1+i)z-(3+4i)=4-3i$.

A. $z=3-4i$. **B.** $z=4+3i$. **C.** $z=3+4i$. **D.** $z=4-3i$.

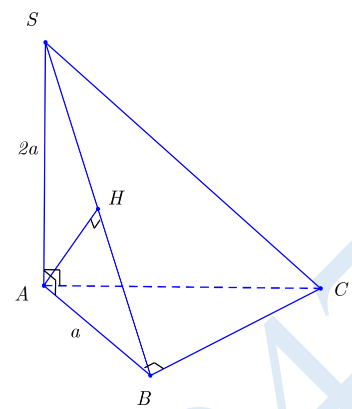
Lời giải

$(1+i)z-(3+4i)=4-3i \Leftrightarrow (1+i)z=7+i \Leftrightarrow z=\dfrac{7+i}{1+i} \Leftrightarrow z=4-3i.$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB$. Khi đó $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{5}{4a^2} \Rightarrow AH^2=\dfrac{4a^2}{5} \Rightarrow AH=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 26: Cho $\int_{-1}^{5} f(x)\,dx=6$. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(2x+1)\,dx$.

A. $I=12$. **B.** $I=3$. **C.** $I=\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Đặt $t=2x+1$ suy ra $dt=2dx$ và $\begin{cases} x=2 \Rightarrow t=5 \\ x=-1 \Rightarrow t=-1. \end{cases}$

Ta có $I=\dfrac{1}{2}\int_{-1}^{5} f(t)\,dt=\dfrac{1}{2}.6=3$.

Câu 27: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính r của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $5\sqrt{\pi}$.

Lời giải

Hình trụ có đường sinh $l=2r$

Diện tích xung quanh bằng 50π nên $2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow r.2r = 25 \Rightarrow r = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

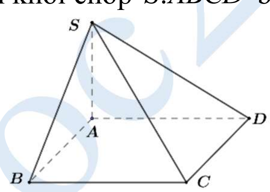
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $8a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có góc giữa SC và $mp(ABCD)$ là $(\widehat{SC,(ABCD)}) = (\widehat{SC,AC}) = \widehat{SCA} = 45°$.

Diện tích đáy $ABCD$ là: $S = (2a)^2 = 4a^2$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên $SA = AC = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.4a^2.2a\sqrt{2} = \dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 30: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1 **B.** $\dfrac{5}{4}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Đặt $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

$(\bar{z}+i)(z+2) = [x + (1-y)i][(x+2) + yi]$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x+2) + y(y-1) = 0$

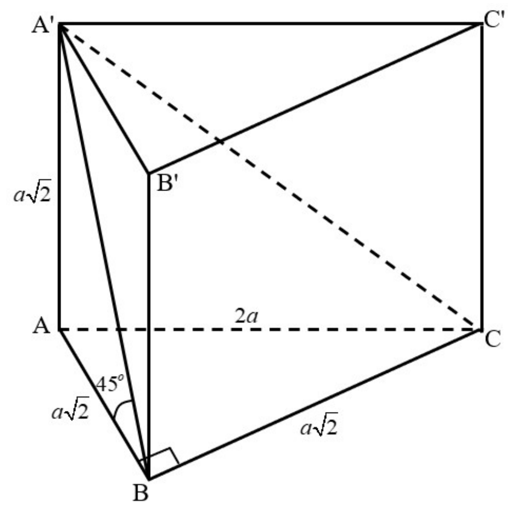
$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - y = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có tâm $I\left(-1;\frac{1}{2}\right), R=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$, biết rằng $\left(A'BC\right)$ hợp với đáy $\left(ABC\right)$ một góc 45^o. Thể tích lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

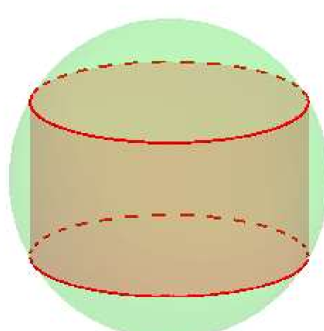


Do tam giác ABC vuông cân tại B, độ dài cạnh huyền $AC=2a$ nên ta có : $BA=BC=a\sqrt{2}$

Góc tạo bởi mặt phẳng $(A'BC)$ và đáy (ABC) là góc $\widehat{A'BA}=45^o$ do đó: $AA'=AB=a\sqrt{2}$

Vậy thể tích lăng trụ là: $V=B.h=\frac{a\sqrt{2}.a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}=a^3\sqrt{2}.$

Câu 32: Một khối cầu có bán kính là $5\left(dm\right)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3\left(dm\right)$ để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi\left(dm^3\right)$. **B.** $\frac{43}{3}\pi\left(dm^3\right)$. **C.** $41\pi\left(dm^3\right)$. **D.** $132\pi\left(dm^3\right)$.

Lời giải

Trên hệ trục tọa độ Oxy, xét đường tròn $(C):(x-5)^2+y^2=25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của $\left(C\right)$ quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5. Nếu cho hình phẳng $\left(H\right)$

giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C), trục Ox, hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2+y^2=25 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{25-(x-5)^2}$.

$\Rightarrow$ Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y=\sqrt{25-(x-5)^2}=\sqrt{10x-x^2}$.

$\Rightarrow$ Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là:

$$V_1=\pi\int_0^2\left(10x-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(5x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2=\frac{52\pi}{3}.$$

Câu 33: Cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Gọi $I=d_1\cap\Delta$, $I(1+t;-1+2t;-t)\Rightarrow\overrightarrow{AI}=(t;2t-1;-t-2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Do $\vec{u}_{d_2}=(1;2;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 và $\Delta\perp d_2$

Suy ra $\overrightarrow{AI}.\vec{u}_{d_2}=0\Leftrightarrow t+2(2t-1)+2(-t-2)=0\Leftrightarrow 3t-6=0\Leftrightarrow t=2$.

Vậy $\overrightarrow{AI}=(2;3;-4)$. Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Tailieuchuan.vn

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3m-6=0$ có hai nghiệm trái dấu

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$4^x-m.2^{x+1}+3m-6=0$ (1)

Đặt $t=2^x, t>0$, pt trở thành: $t^2-2mt+3m-6=0$ (2)

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi pt có 2 nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn $0<t_1<1<t_2$

Nên ta có $\begin{cases}\Delta'=m^2-3m+6>0\\ t_1+t_2=2m>0\\ t_1t_2=3m-6>0\\ (t_1-1)(t_2-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m>2\\ m<5\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<5$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4\}$. Vậy có 2 giá trị của m.

Câu 35: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5$.

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2;+\infty)$ khi $y' \ge 0$, $\forall x \in (2;+\infty)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \ge 0$, $\forall x \in (2;+\infty)$.

$3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \ge 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$.

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$ với $x \in (2;+\infty)$.

$g'(x) = \dfrac{3x^2 - 6x + 1}{12(x-1)^2} > 0$ với $\forall x \in (2;+\infty)$ $\Rightarrow$ hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Do đó $m \le g(x)$, $\forall x \in (2;+\infty)$ $\Rightarrow m \le g(2)$ $\Leftrightarrow m \le \dfrac{5}{12}$.

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^{10} + (m-2)x^7 - (m^2-4)x^6 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. 3 **B.** 5 **C.** 4 **D.** Vô số

Lời giải

Ta có $y = x^{10} + (m-2)x^7 - (m^2-4)x^6 + 1 \Rightarrow y' = 10x^9 + 7(m-2)x^6 - 6(m^2-4)x^5$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^5\left[10x^4 + 7(m-2)x - 6(m^2-4)\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ g(x) = 10x^4 + 7(m-2)x - 6(m^2-4) = 0 \end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x) = 10x^4 + 7(m-2)x - 6(m^2-4)$ có $g'(x) = 40x^3 + 7(m-2)$.

Ta thấy $g'(x) = 0$ có một nghiệm nên $g(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm

+ TH1: Nếu $g(x) = 0$ có nghiệm $x = 0$ $\Rightarrow m = 2$ hoặc $m = -2$

Với $m = 2$ thì $x = 0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x = 0$ là nghiệm bội 9 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = 2$ thỏa ycbt.

Với $m = -2$ thì $g(x) = 8x^4 - 20x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\dfrac{5}{2}} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT $x=0$ không là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m=-2$ không thỏa ycbt.

+ TH2: $g(0)\neq 0$ $\Leftrightarrow m\neq \pm 2$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ $\Leftrightarrow g(0)>0$ $\Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

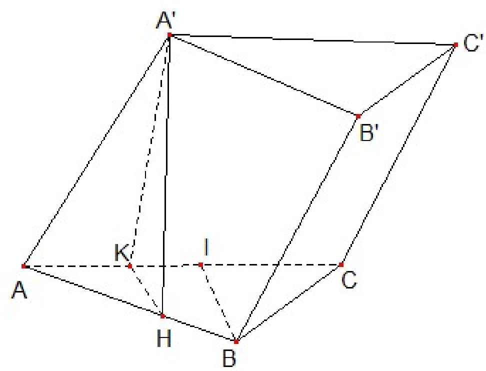
Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy cả hai trường hợp ta được 4 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 37: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cho biết hình chiếu của đỉnh A' trên mặt đáy (ABC) là điểm H trên cạnh AB mà $HA=2HB$ và góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{12}a^3$.

Lời giải



Kẻ $HK\perp AC$

Ta có $A'H\perp(ABC)\Rightarrow A'H\perp AC$ $A'H\perp(ABC)\Rightarrow A'H\perp AC$

Từ và $AC\perp(A'HK)\Rightarrow AC\perp A'K$

Theo bài ra ta có góc giữa mặt bên $(A'C'CA)$ và mặt đáy (ABC) bằng 45^0 là góc giữa HK và $A'K$.

Hay góc $\widehat{A'KH}=45^0$

Tam giác vuông $A'HK$ có $\widehat{A'KH}=45^0$ nên tam giác $A'HK$ vuông cân tại H. Do đó: $HK=A'H$.

Gọi I là chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC

Ta có: $\frac{AH}{AB}=\frac{HK}{BI}\Rightarrow HK=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow A'H=HK=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 38: Biết rằng có đúng một số phức z thỏa mãn $|z-2i|=|\bar{z}+2+4i|$ và $\frac{z-i}{z+i}$ là số thuần ảo. Tính tổng phần thực và phần ảo của z.

A. 4. **B.** -4. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có: $|z-2i|=|\bar{z}+2+4i| \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x+2)^2+(-y+4)^2 \Leftrightarrow x-y+4=0$

$\frac{\bar{z}-i}{\bar{z}+i}=\frac{(x+yi-i)(x+yi-i)}{x^2+(-y+1)^2}=\frac{x^2-(y-1)^2}{x^2+(1-y)^2}+\frac{2x(y-1)}{x^2+(1-y)^2}i$ như vậy $\frac{\bar{z}-i}{\bar{z}+i}$ là số thuần ảo

$\Leftrightarrow x^2-(y-1)^2=0$

Từ ta suy ra $y=x+4$ thay vào ta được $x^2=(x+3)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x+3 \\ x=-x-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$

Vậy $x+y=2x+4=1$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Có bao nhiêu điểm $I(a;b;c)$ với a,b,c là các số nguyên sao cho có mặt cầu tâm I đi qua A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy)?

A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(4;8;8) \Rightarrow AB:\begin{cases} x=1+t \\ y=5+2t \\ z=2+2t \end{cases}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(3;9;6) \Rightarrow$ Mặt phẳng trung trực của AB là

$(\alpha): x-3+2(y-9)+2(z-6)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-33=0$.

$I \in (\alpha) \Rightarrow a+2b+2c-33=0 \Leftrightarrow a=33-2b-2c \Rightarrow a$ là số nguyên lẻ.

Gọi $J=AB \cap (Oxy) \Rightarrow J(0;3;0) \Rightarrow JA=3, JB=15$.

Gọi C là tiếp điểm của mặt cầu và $(Oxy) \Rightarrow C(a;b;0)$.

Ta có: $JA.JB=JC^2 \Rightarrow JC^2=45 \Rightarrow C$ thuộc đường tròn tâm $(J,3\sqrt{5})$.

Xét trong mặt phẳng (Oxy), phương trình của $(J,3\sqrt{5})$: $a^2+(b-3)^2=45 \Rightarrow a^2 \le 45$.

Do $a,b,c \in \mathbb{Z}$ và a lẻ nên ta có

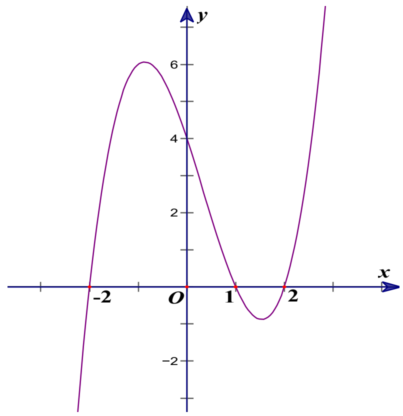
+) $a^2=1 \Rightarrow (b-3)^2=44$.

+) $a^2=9 \Rightarrow (b-3)^2=36$.

+) $a^2=25 \Rightarrow (b-3)^2=20$.

Vậy có 4 bộ $(a;b;c)$ thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(3-2x)$ như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+2021x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Vì $g(x)=f\left(\left|x^3+2021x\right|+m\right)$ là hàm số chẵn nên số điểm cực trị của $g(x)$ bằng 2 lần số cực trị dương của $f\left(x^3+2021x+m\right)$ cộng với 1.

Với $x>0,$ ta có $g(x)=f\left(x^3+2021x+m\right)$; $g'(x)=\left(3x^2+2021\right)f'\left(x^3+2021x+m\right)$.

Đặt $x=3-2t$ ta có $t=\dfrac{3-x}{2}$ và $f'(x)=f'(3-2t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\pm2\\t=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+2021x+m=7\\x^3+2021x+m=1\\x^3+2021x+m=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3+2021x=7-m & (1)\\x^3+2021x=1-m & (2)\\x^3+2021x=-1-m & (3)\end{array}\right.$.

Hàm số $g(x)$ có ít nhất 5 điểm cực trị khi và chỉ khi có ít nhất 2 trong 3 phương trình (1), (2), (3) có nghiệm dương.

Xét hàm số $h(x)=x^3+2021x$ có $h'(x)=3x^2+2021$.

Ta có BBT của $h(x)$ như sau:

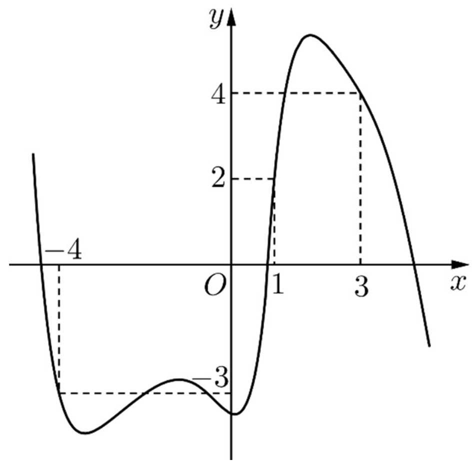
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$

Vì $7-m>1-m>-1-m$ nên ta có $1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Mà $m\in[-2021;2021]\cap\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2021;...;0\}$.

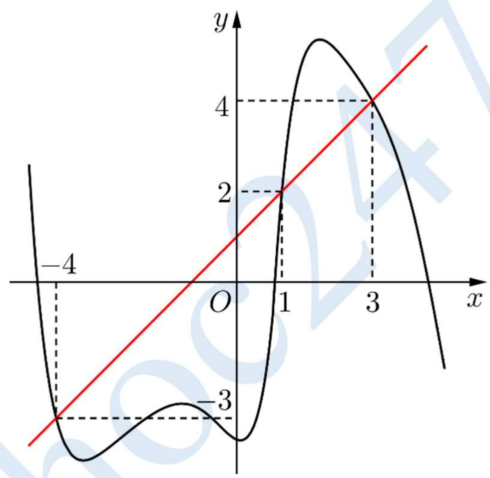
Vậy có 2022 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-4)=4$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{x^2}{2}-x+3m$ trên đoạn $[-4;3]$ không vượt quá 2022 thì tập giác trị của m là



A. $(-\infty;2022]$. **B.** $(674;+\infty)$. **C.** $(-\infty;674]$. **D.** $(2022;+\infty)$.

Lời giải



$h'(x)=f'(x)-(x+1)$

Trên $(-4;1)$, $h'(x)<0$, trên $(1;3), h'(x)>0$, $h'(1)=0$

Hàm số $h(x)$ đạt cực tiểu trên đoạn $[-4;3]$ tại $x=1$

$a=h(-4)=3m$; $b=h(3)=f(3)-\dfrac{15}{2}+3m$

Gọi $S_1=\int_{-4}^{1}[(x-1)-f'(x)]dx; S_2=\int_{1}^{3}[f(x)-(x-1)]dx$

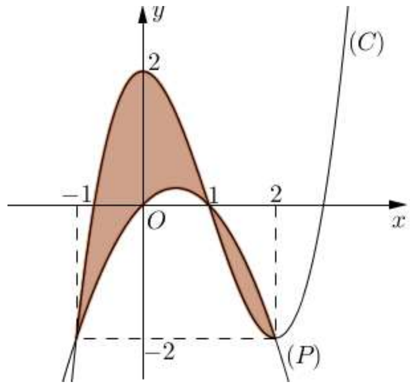
Nhận thấy $S_1>S_2\Rightarrow\left(\dfrac{x^2}{2}+x-f(x)\right)\Bigg|_{-4}^{1}>\left(f(x)-\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Bigg|_{1}^{3}$

$\Rightarrow\dfrac{1}{2}-f(1)-4+f(-4)>f(3)-\dfrac{12}{2}-f(1)\Leftrightarrow f(-4)>f(3)-\dfrac{7}{2}\Rightarrow f(3)<\dfrac{15}{2}$

Vậy, $b<a$, $\max\limits_{x\in[-4;3]}h(x)=a\Rightarrow 3m\le 2022\Leftrightarrow m\le 674$

Vậy, tập giá trị của m, là $(-\infty;674]$.

Câu 42: Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số đa thức bậc ba với đồ thị (P) của hàm số bậc hai như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Dựa vào giả thiết và hình vẽ ta có:

+ (C) là đồ thị của hàm số có dạng $f(x)=ax^3+bx^2+cx+2$ $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$.

+ (P) là đồ thị của hàm số có dạng $g(x)=dx^2+ex$ $(d,e\in\mathbb{R},d\neq 0)$.

Do (C) và (P) cắt nhau tại các điểm có hoành độ $x=-1;x=1;x=2$ nên ta có $f(x)-g(x)=a(x+1)(x-1)(x-2)$.

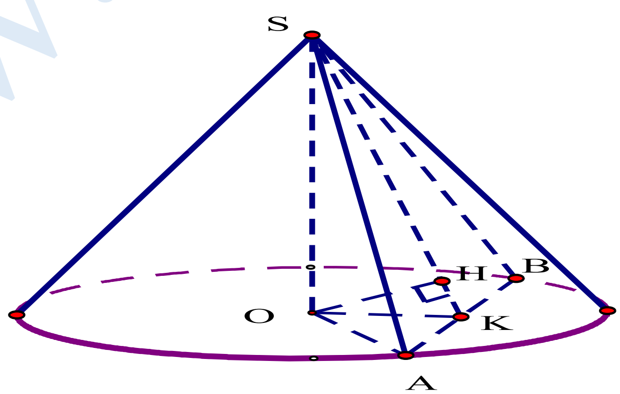
Với $x=0$, ta có $f(0)-g(0)=a(0+1)(0-1)(0-2)=2\Rightarrow a=1$.

Diện tích của hình phẳng (H) là $S=\int_{-1}^{2}|f(x)-g(x)|dx=\int_{-1}^{2}|(x+1)(x-1)(x-2)|dx=\frac{37}{12}$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO}=30^0,\widehat{SAB}=60^0$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** $2a\sqrt{3}$ **D.** $a\sqrt{5}$

Lời giải



Gọi K là trung điểm của AB ta có $OK\perp AB$ vì tam giác OAB cân tại O

Mà $SO\perp AB$ nên $AB\perp(SOK)\Rightarrow(SOK)\perp(SAB)$ mà $\Rightarrow(SOK)\cap(SAB)=SK$ nên từ O dựng $OH\perp SK$ thì $OH\perp(SAB)\Rightarrow OH=d(O,(SAB))$

Xét tam giác SAO ta có: $\sin\widehat{SAO}=\frac{SO}{SA}\Rightarrow SO=\frac{SA}{2}$

Xét tam giác SAB ta có: $\sin\widehat{SAB}=\frac{SK}{SA}\Rightarrow SK=\frac{SA\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác SOK ta có: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OK^2}+\frac{1}{OS^2}=\frac{1}{SK^2-SO^2}+\frac{1}{SO^2}$

$\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{\frac{SA^2}{4}}+\frac{1}{\frac{3SA^2}{4}-\frac{SA^2}{4}}=\frac{4}{SA^2}+\frac{2}{SA^2}\Rightarrow\frac{6}{SA^2}=\frac{3}{a^2}\Rightarrow SA=2a^2\Rightarrow SA=a\sqrt{2}$

Câu 44: Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\log_{2022}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy}=x(x-1)+y(y-1)+xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2x+2y+1}{x+y+5}$.

A. $\frac{11}{19}$. **B.** 1. **C.** $\frac{10}{23}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_{2022}\frac{x+y}{x^2+y^2+xy}=x(x-1)+y(y-1)+xy$

$\Leftrightarrow\log_{2022}(x+y)-\log_{2022}(x^2+y^2+xy)=x^2-x+y^2-y+xy$

$\Leftrightarrow\log_{2022}(x+y)+(x+y)=\log_{2022}(x^2+y^2+xy)+(x^2+y^2+xy)\quad(*)$

Xét hàm số $f(u)=\log_{2022}u+u,\ (u>0)\Rightarrow f'(u)=\frac{1}{u.\ln 2022}+1>0,\forall u>0$

$\Rightarrow f(u)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Nên ta có: $(*)\Leftrightarrow x+y=x^2+y^2+xy\Leftrightarrow x^2+y^2+xy-x-y=0\Leftrightarrow(x+y)^2-(x+y)=xy$

Mặt khác: $xy\le\frac{(x+y)^2}{4}\Rightarrow(x+y)^2-(x+y)\le\frac{(x+y)^2}{4}$

$\Leftrightarrow\frac{3}{4}(x+y)^2-(x+y)\le0\Leftrightarrow0\le x+y\le\frac{4}{3}$

Đặt $x+y=t\Rightarrow0<t\le\frac{4}{3}$.

Ta có: $P=\frac{2x+2y+1}{x+y+5}=\frac{2t+1}{t+5}=2-\frac{9}{t+5}\le2-\frac{9}{\frac{4}{3}+5}=\frac{11}{19}$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{11}{19}$ khi $\begin{cases}x=y\\x+y=\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\frac{2}{3}$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2021;2022)$ sao cho bất phương trình $m.4^x+(m-1).2^{x+2}+m-1>0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Bất phương trình $\Leftrightarrow m.4^x+4(m-1).2^x+m-1>0 \Leftrightarrow m\left(4^x+4.2^x+1\right)>1+4.2^x$

$\Leftrightarrow m>\dfrac{1+4.2^x}{4^x+4.2^x+1}$

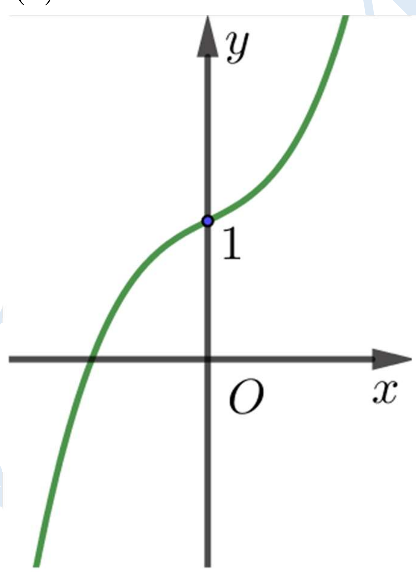
Đặt $2^x=t$. Khi đó $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$. Để bất phương trình ban đầu nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$ thì bất phương trình $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$ nghiệm đúng $\forall t>0$.

Đặt $f(t)=\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1} \Rightarrow f'(t)=-\dfrac{4t^2+2t}{\left(t^2+4t+1\right)^2}<0, \forall t>0$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó $m>\dfrac{4t+1}{t^2+4t+1}$ $\forall t>0$ khi và chỉ khi $m\ge f(0)=1$

Vì $m\in(-2021;2022) \Rightarrow$ có 2021 giá trị cần tìm.

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{f(x)}{f(x)+1}+\dfrac{f(x)+1}{f(x)+2}+\dfrac{f(x)+2}{f(x)+3}=|f(x)-2|-f(x)+m$ có đúng 3 nghiệm âm và 1 nghiệm dương.

A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** Vô số.

Lời giải

Đặt $t=f(x)$. Từ đồ thị $y=f(x)$ ta có:

Với mỗi $t<1$ ta có một x âm, với mỗi $t>1$ ta có một x dương.

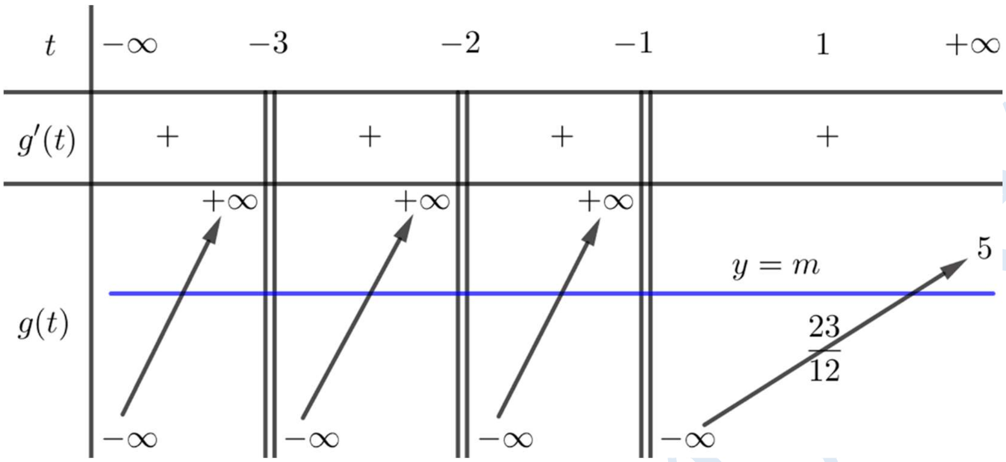
Phương trình trở thành: $\dfrac{t}{t+1}+\dfrac{t+1}{t+2}+\dfrac{t+2}{t+3}=|t-2|-t+m$

$\Leftrightarrow \dfrac{t}{t+1}+\dfrac{t+1}{t+2}+\dfrac{t+2}{t+3}+t-|t-2|=m;(**)$

Xét $g(t)=\frac{t}{t+1}+\frac{t+1}{t+2}+\frac{t+2}{t+3}+t-|t-2|$; TXĐ: $D=(-\infty;-3)\cup(-3;-2)\cup(-2;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Ta có: $g'(t)=\frac{1}{(t+1)^2}+\frac{1}{(t+2)^2}+\frac{1}{(t+3)^2}+\frac{|t-2|-t+2}{|t-2|}>0,\forall t\in D$ và $t\neq 2$.

Ta có bảng biến thiên của $y=g(t)$:



Ycbt $\Leftrightarrow$Phương trình có đúng 3 nghiệm nhỏ hơn 1 và 1 nghiệm lớn hơn 1.

$\Leftrightarrow \frac{23}{12}<m<5$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên R, $f(0)=1$ và thỏa mãn $\frac{3f'(x).[f(x)]^2}{e^{x^2+1}}-\frac{2x}{e^{[f(x)]^3}}=0$. Giá trị của $I=\int_0^{\sqrt{26}} x.f(x)\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(5;7)$. **C.** $(7;9)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Ta có $\frac{3f'(x).[f(x)]^2}{e^{x^2+1}}-\frac{2x}{e^{[f(x)]^3}}=0\Leftrightarrow 3f'(x).[f(x)]^2.e^{[f(x)]^3}=2x.e^{x^2+1}$.

$\Rightarrow \int 3f'(x).[f(x)]^2.e^{[f(x)]^3}\mathrm{d}x=\int 2x.e^{x^2+1}\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int e^{[f(x)]^3}\mathrm{d}\left([f(x)]^3\right)=\int e^{x^2+1}\mathrm{d}(x^2+1)$

$\Rightarrow e^{[f(x)]^3}=e^{x^2+1}+C$ (1)

Thay $x=0$ vào hai vế của (1) và sử dụng giả thiết $f(0)=1$ ta có:

$$e^{[f(0)]^3}=e+C \Leftrightarrow C=0$$

Vậy $e^{[f(x)]^3}=e^{x^2+1}\Leftrightarrow [f(x)]^3=x^2+1$.

Hay $f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$.

Ta có: $I=\int_0^{\sqrt{26}}\frac{x}{f(x)}\mathrm{d}x=\int_0^{\sqrt{26}}\frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\sqrt{26}}(x^2+1)^{-\frac{1}{3}}\mathrm{d}(x^2+1)$

$$I=\frac{3}{4}\left(x^2+1\right)^{\frac{2}{3}}\Bigg|_0^{\sqrt{26}}=\frac{3}{4}\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}\Bigg|_0^{\sqrt{26}}=\frac{3}{4}(9-1)=6$$

Câu 48: Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=|w|=|z+w|=1$. Giá trị lớn nhất của $\left|z+\left(1+\sqrt{3}i\right)w+\sqrt{3}-2i\right|$ bằng:

A. $\sqrt{7}$. **B.** $1+\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** $2+\sqrt{7}$.

Lời giải

Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức z, w, $z+w$.

Theo giả thiết $|z|=|w|=|z+w|=1\Rightarrow OACB$ là hình thoi và $OA=OB=OC=1$

$\Rightarrow(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=120^o$.

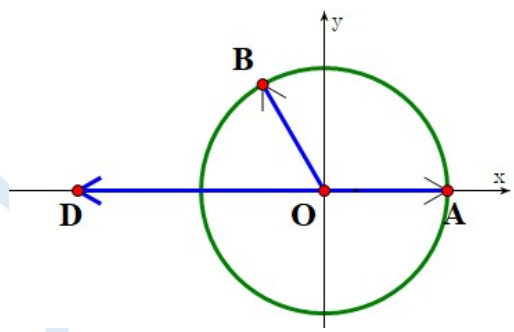
Gọi D là điểm biểu diễn cho số phức $u=\left(1+\sqrt{3}i\right)w$. Khi đó $|u|=\left|\left(1+\sqrt{3}i\right)w\right|=2.1=2$

$\Rightarrow(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD})=60^o$. Do đó D là ảnh của B qua phép đồng dạng được thực hiện liên tiếp với hai phép: phép quay tâm O góc quay 60^o và phép vị tự tâm O tỉ số 2.

Theo bất đẳng thức modun, ta có: $\left|z+(1+\sqrt{3}i)w+\sqrt{3}-2i\right|\le\left|z+(1+\sqrt{3}i)w\right|+\left|\sqrt{3}-2i\right|$

Xét hai trường hợp:

TH1: Góc lượng giác giữa $(OA,OB)=120^o$. Với A là điểm bất kỳ trên $(O;1)$, ta có:

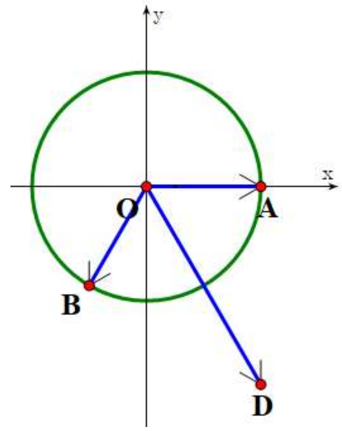


Khi đó: $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD}$ là hai vectơ ngược hướng.

$\Rightarrow\left|z+(1+\sqrt{3}i)w\right|=\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}\right|=1$.

$\Rightarrow(*)\Leftrightarrow\left|z+(1+\sqrt{3}i)w+\sqrt{3}-2i\right|\le1+\sqrt{7}$.

TH2: Góc lượng giác giữa $(OA,OB)=-120^o$. Với A là điểm bất kỳ trên $(O;1)$, ta có:



Khi đó: Tia OD là phân giác của $\widehat{AOB}$.

$\Rightarrow \left|z+(1+\sqrt{3}i)w\right|=\left|\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}\right|=\sqrt{OA^2+OD^2-2OA.OD.\cos 120^o}=\sqrt{7}$.

$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow \left|z+(1+\sqrt{3}i)w+\sqrt{3}-2i\right| \le \sqrt{7}+\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow \left|z+(1+\sqrt{3}i)w+\sqrt{3}-2i\right| \le 2\sqrt{7}$

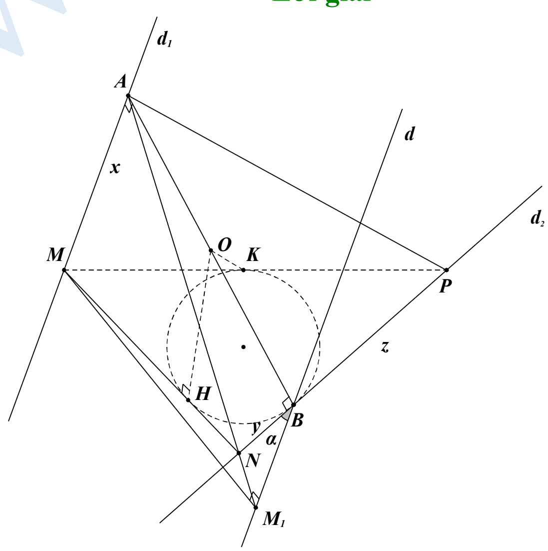
Dấu bằng xảy ra khi $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{v}(\sqrt{3};-2)$

So sánh hai trường hợp, giá trị lớn nhất của $\left|z+(1+\sqrt{3}i)w+\sqrt{3}-2i\right|$ bằng $2\sqrt{7}$.

Câu 49: Cho hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 với đoạn vuông góc chung AB, $AB=a$ và góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng α. Hai điểm M, N di động trên d_1, d_2 $(M \in d_1, N \in d_2)$ sao cho $AM+BN=MN$. Gọi H là hình chiếu của trung điểm O của AB lên MN. Đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng (M, d_2), tiếp xúc với d_2 tại B và tiếp xúc MN tại H. Tiếp tuyến thứ hai kẻ từ M với (C) cắt d_2 tại điểm P. Thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6\sin\alpha}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12\sin\alpha}$. **C.** $\dfrac{a^3.\sin\alpha}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3.\sin\alpha}{12}$.

Lời giải



Gọi K là tiếp điểm của MP và (C), d là đường thẳng qua B và song song với d_1; M_1 là hình chiếu vuông góc của M xuống đường thẳng d.

Ta có $AB \perp (d, d_2)$.

Trong (d, d_1) có: $\begin{cases} AB \perp d \\ MN \perp d \end{cases} \Rightarrow AB // MN$.

Do đó $MN \perp (d, d_2)$.

Lại có $MN = MA + NB$ mà $NH = NB \Rightarrow MA = MH$.

Đặt $MA = MH = MK = x$, $NH = NB = y$, $PB = PK = z$.

Có $\widehat{M_1BN} = \alpha \Rightarrow \widehat{M_1BP} = 180° - \alpha$.

Ta có $V_{AMNP} = V_{AMNB} + V_{AMBP}$, trong đó $V_{AMNB} = \frac{1}{6}xya\sin\alpha$.

$MN^2 = MM_1^2 + M_1N^2 = a^2 + x^2 + y^2 - 2xy\cos\alpha$.

Mặt khác $MN^2 = (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$.

Do đó $xy = \dfrac{a^2}{4\cos^2\frac{\alpha}{2}}$.

Ta được $V_{AMNB} = \frac{1}{12}a^3\tan\frac{\alpha}{2}$.

Có $V_{AMBP} = \frac{1}{6}xza\sin(\pi - \alpha) = \frac{1}{6}xza\sin\alpha$.

Ta có $MP^2 = MM_1^2 + M_1P^2 = a^2 + x^2 + z^2 - 2xy\cos(\pi - \alpha) = a^2 + x^2 + z^2 + 2xy\cos\alpha$.

Lại có $MP^2 = (x+z)^2 = x^2 + z^2 + 2xz$.

Do đó $xz = \dfrac{a^2}{4\sin^2\frac{\alpha}{2}}$. Từ đó suy ra $V_{AMBP} = \frac{a^3}{12}\cot\frac{\alpha}{2}$.

Vậy $V_{AMNP} = \dfrac{a^3}{6\sin\alpha}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A. 29. **B.** 33. **C.** 55. **D.** 28.

Lời giải

Cách 1:

• Xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;-3;-6)$ và bán kính $R = 5\sqrt{2}$.

Gọi điểm $M(m;0;0) \in Ox$ và $m \in \mathbb{Z}$.

• Mặt phẳng (P) đi qua $M(m;0;0)$ vuông góc với $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$ có phương trình

$2(x-m) + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z - 2m = 0$.

• Điểm M nằm ngoài mặt cầu nên:

+ $IM > R \Leftrightarrow \sqrt{(m-4)^2+3^2+6^2} > 5\sqrt{2} \Leftrightarrow (m-4)^2+45>50 \Leftrightarrow (m-4)^2>5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-4>\sqrt{5} \\ m-4<-\sqrt{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4+\sqrt{5} \\ m<4-\sqrt{5} \end{array}\right. \ (1).$

+ $d(I;(P))<R \Leftrightarrow \dfrac{|2.4+4.(-3)-(-6)-2m|}{\sqrt{2^2+4^2+1^2}}<5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2-2m|<5\sqrt{42} \Leftrightarrow |1-m|<\dfrac{5\sqrt{42}}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m<\dfrac{5\sqrt{42}}{2} \\ 1-m>-\dfrac{5\sqrt{42}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1-\dfrac{5\sqrt{42}}{2} \\ m<1+\dfrac{5\sqrt{42}}{2} \end{cases} \ (2).$

• Từ $(1)(2)$ nên $m \in \left(1-\dfrac{5\sqrt{42}}{2};4-\sqrt{5}\right) \cup \left(4+\sqrt{5};1+\dfrac{5\sqrt{42}}{2}\right)$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-15;...;1\} \cup \{7;...;17\}$. Vậy có 28 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

Ta có: (S): $I(4;-3;-6)$, $R=\sqrt{50}$.

Xét: $d(I,Ox)=\sqrt{(-3)^2+(-6)^2}=\sqrt{45}<R$. Do đó Ox luôn cắt (S).

Gọi $M=(a;0;0)$, $a \in \mathbb{Z}$.

◆ TH-1: $M \equiv Ox \cap (S) \Rightarrow (a-4)^2=50 \Leftrightarrow a=\pm\sqrt{50}+4 \Rightarrow$ loại.

◆ TH-2: M nằm ngoài khối cầu

$\Rightarrow IM^2>50 \Leftrightarrow (a-4)^2+9+36>50 \Leftrightarrow (a-4)^2>5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-\sqrt{5}+4 \\ a>\sqrt{5}+4 \end{array}\right.$.

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \le 1 \\ a \ge 7 \end{array}\right.$.

Gọi Δ_1 và Δ_2 là hai tiếp tuyến của (S) kẻ từ M. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ_2.

Theo giả thiết $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=(2;4;-1)$ và $(P) \ni M \Rightarrow (P): 2x+4y-z-2a=0$.

Điều kiện để (P) chứa hai tiếp tuyến Δ_1, Δ_2 của (S) là:

$d(I,(P))<\sqrt{50} \Leftrightarrow \dfrac{|2-2a|}{\sqrt{21}}<\sqrt{50} \Leftrightarrow |2-2a|<5\sqrt{42} \Leftrightarrow \dfrac{-5\sqrt{42}+2}{2}<a<\dfrac{5\sqrt{42}+2}{2}$.

$a \in \mathbb{Z} \Rightarrow -15 \le a \le 17$.

Kết hợp với điều kiện: $\left[\begin{array}{l} -15 \le a \le 1 \\ 7 \le a \le 17 \end{array}\right.$, $a \in \mathbb{Z}$.

Vậy số điểm M thỏa mãn ycbt là: $17+11=28$.

---------- HẾT ----------

Vững vàng nền tảng, Khai sáng tương lai

Website **HOC247** cung cấp một môi trường **học trực tuyến** sinh động, nhiều **tiện ích thông minh**, nội dung bài giảng được biên soạn công phu và giảng dạy bởi những **giáo viên nhiều năm kinh nghiệm, giỏi về kiến thức chuyên môn lẫn kỹ năng sư phạm** đến từ các trường Đại học và các trường chuyên danh tiếng.

I. Luyện Thi Online

Học mọi lúc, mọi nơi, mọi thiết bi – Tiết kiệm 90%

- **Luyện thi ĐH, THPT QG:** Đội ngũ **GV Giỏi, Kinh nghiệm** từ các Trường ĐH và THPT danh tiếng xây dựng các khóa **luyện thi THPTQG** các môn: Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Vật Lý, Hóa Học và Sinh Học.
- **Luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán:** Ôn thi **HSG lớp 9** và **luyện thi vào lớp 10 chuyên Toán** các trường *PTNK, Chuyên HCM (LHP-TĐN-NTH-GĐ), Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An* và các trường Chuyên khác cùng *TS.Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Trịnh Thanh Đèo và Thầy Nguyễn Đức Tấn.*

II. Khoá Học Nâng Cao và HSG

Học Toán Online cùng Chuyên Gia

- **Toán Nâng Cao THCS:** Cung cấp chương trình Toán Nâng Cao, Toán Chuyên dành cho các em HS THCS lớp 6, 7, 8, 9 yêu thích môn Toán phát triển tư duy, nâng cao thành tích học tập ở trường và đạt điểm tốt ở các kỳ thi HSG.
- **Bồi dưỡng HSG Toán:** Bồi dưỡng 5 phân môn **Đại Số, Số Học, Giải Tích, Hình Học** và **Tổ Hợp** dành cho học sinh các khối lớp 10, 11, 12. Đội ngũ Giảng Viên giàu kinh nghiệm: *TS. Lê Bá Khánh Trình, TS. Trần Nam Dũng, TS. Phạm Sỹ Nam, TS. Lưu Bá Thắng, Thầy Lê Phúc Lữ, Thầy Võ Quốc Bá Cẩn* cùng đôi HLV đạt thành tích cao HSG Quốc Gia.

III. Kênh học tập miễn phí

HOC247 NET cộng đồng học tập miễn phí
HOC247 TV kênh Video bài giảng miễn phí

- **HOC247 NET:** Website hoc miễn phí các bài học theo **chương trình SGK** từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn học với nội dung bài giảng chi tiết, sửa bài tập SGK, luyện tập trắc nghiệm mễn phí, kho tư liệu tham khảo phong phú và cộng đồng hỏi đáp sôi động nhất.
- **HOC247 TV:** Kênh **Youtube** cung cấp các Video bài giảng, chuyên đề, ôn tập, sửa bài tập, sửa đề thi miễn phí từ lớp 1 đến lớp 12 tất cả các môn Toán- Lý - Hoá, Sinh- Sử - Địa, Ngữ Văn, Tin Học và Tiếng Anh.